A-PDF Page Cut DEMO: Purchase from
www.A-PDF.com to remove the watermark

GODFREY

APOLOGI

MATEM

PRESENTAZIONE DI

PREFAZIONE DI

GARZANTI

H. HARDY

IA DI UN

ATICO

EDOARDO VISENTINI

CHARLES P. SNOW

ELEFANTI

Godfrey H. Hardy

Apologia di un matematico

Presentazione di Edoardo Vesentini
Prefazione di Charles P. Snow
Traduzione di Luisa Saraval

Garzanti

In questa collana
Prima edizione: gennaio 2002
Prima ristampa: aprile 2003
Seconda ristampa: gennaio 2007
Terza ristampa: marzo 2008

Traduzione dall'inglese di
Luisa Saraval

Titolo originale dell'opera:
«A Mathematician's Apology»

© Cambridge University Press, 1940, 1984
Per la prefazione: © C.P. Snow 1967

ISBN 978-88-11-68527-2

© Garzanti Editore s.p.a., 1989
© 2002, Garzanti Libri s.p.a., Milano
Printed in Italy

www.garzantilibri.it

Presentazione

La storia della scienza nella seconda metà del XIX secolo, che vede la ricerca matematica pura fiorire rigogliosamente in Germania, in Francia e in Italia, deve registrare una situazione completamente diversa al di là della Manica. In Inghilterra, a fronte di un'ottima scuola di matematica applicata, ricca dei nomi di Green, Stokes, Clerk Maxwell, Lord Kelvin, la ricerca fondamentale sopravviveva in alcuni settori dell'algebra, ma era praticamente assente dalla ribalta internazionale nel campo dell'analisi. Nei primi anni del nostro secolo, questa situazione venne radicalmente modificata per opera di Godfrey Harold Hardy e di John Edensor Littlewood, i quali crearono a Cambridge e a Oxford scuole di analisi matematica di prima grandezza.

La vitalità di un ambiente scientifico universitario (e la ricerca matematica fondamentale è in larga misura ancor oggi, nel mondo occidentale, un fatto essenzialmente universitario) è assicurata anzitutto dalla qualità degli studenti. La selezione a Cambridge avveniva secondo il *Tripos*, sistema di esami — ereditato dal XVIII secolo e che peraltro aveva funzionato egregiamente per la matematica applicata — che, attraverso giorni e giorni di prove estenuanti, saggiava le capacità dei candidati a risolvere rapidamente problemi complicati, senza scandagliare la maturità, le capacità riflessive e le inclinazioni intellettuali che motivavano le scelte dei singoli.

Hardy, che dovette percorrere questo itinerario fino in fondo, e che più tardi si adoperò energicamente a modificare i *Tripos*, salda nell'*Apologia di un matematico* il proprio debito di riconoscenza per chi — in un momento di

crisi e di insofferenza per il sistema — gli mise in mano il *Cours d'Analyse* di Camille Jordan. Da quel trattato egli apprese per la prima volta «cosa fosse davvero la matematica» e divenne un «vero matematico, con solide ambizioni e con un'autentica passione».

La produzione scientifica di Hardy, che consta di 350 note e memorie (raccolte in 7 volumi editi dalla London Mathematical Society fra il 1966 e il 1979) e una mezza dozzina di trattati, porta contributi fondamentali all'analisi e alla teoria analitica dei numeri, risolvendo problemi aperti e schiudendo nuove vie di ricerca sui metodi di sommazione di serie e integrali, sull'analisi diofantea, le ripartizioni, le serie di Fourier e di Dirichlet, i teoremi della media ecc. Il *Course of pure mathematics*, che Hardy pubblicò nel 1908 (e che è stato tradotto in varie lingue e ristampato fino a tempi recenti), pur non raggiungendo il livello e l'armonia classica del trattato di Jordan, segna un netto salto di qualità e sta a indicare la diversa atmosfera che si respirava già allora a Cambridge.

Poco più tardi, nel 1912, inizia la collaborazione fra Hardy e Littlewood, collaborazione che dura 35 anni, produce un centinaio di lavori, oltre a un celebre trattato sulle disuguaglianze scritto insieme a George Polya, e resta un caso unico nella storia della matematica. Harald Bohr ricorda la battuta che circolava in Europa negli anni Venti, secondo cui esistevano allora soltanto tre grandi matematici inglesi: Hardy, Littlewood e Hardy-Littlewood. Di fatto, la ricerca matematica in collaborazione era fino a pochi anni fa poco frequente, e — come avviene ancor oggi e come mostrano gli esempi celebri di Phragmen e Lindelof, Whittaker e Watson, Castelnuovo ed Enriques, Kodaira e Spencer — concentrata quasi sempre su un problema specifico. Quella di Hardy e Littlewood è completamente diversa: essa diviene un modus vivendi che — come ricorda ancora Harald Bohr — i due avevano addirittura assiomatizzato. Qualunque possa esserne la spiega-

zione, è lo stesso Hardy che nell'*Apologia* offre a essa un tributo commosso scrivendo: «Ancor oggi nei momenti di depressione, quando sono costretto ad ascoltare della gente pedante e presuntuosa, mi dico: "Beh, io ho fatto qualcosa che voi non sareste mai stati capaci di fare: ho collaborato con Littlewood e Ramanujan, su un piano quasi di parità"».

Ramanujan — una "scoperta" di Hardy — è il terzo personaggio di quella singolare e fortunata vicenda intellettuale che ha segnato così profondamente la storia della matematica nella prima metà del nostro secolo. Nel periodo 1914-1919 trascorso in Inghilterra, che in una vita molto breve racchiude tutta la produzione scientifica di Ramanujan (a eccezione del *Lost notebook* scoperto fortuitamente nel 1976), questo matematico indiano ebbe una profonda influenza su Hardy, sì da fargli dire — come ricorda Snow — che era stata l'unica vicenda romantica della sua vita.

Ramanujan era un genio, un genio matematico primitivo, dotato di un'eccezionale acutezza e di straordinaria abilità algoritmica, ma matematicamente così incolto da non sapere bene (a quanto riferisce Snow) cosa fosse realmente una dimostrazione. Ciò può apparire privo di senso a un non matematico, e qualcuno potrà chiedersi che cosa resti della matematica al di fuori del tessuto logico-deduttivo dei processi dimostrativi, ossia quale realtà oggettiva si possa dare — sia pure come ipotesi di lavoro — al mondo matematico nel quale si opera.

Scrive Raymond Queneau nell'*Odile*: «Non è all'architettura, all'arte del costruire, che si devono paragonare la geometria e l'analisi, ma alla botanica, alla geografia, alle scienze fisiche stesse. Si tratta di descrivere un mondo, di scoprirlo e non di costruirlo o inventarlo, perché esso esiste al di fuori dello spirito umano e indipendentemente da esso».

Forse più incisivamente, Hardy scrive nell'*Apologia*:

«Credo che la realtà matematica sia fuori di noi, che il nostro compito sia di scoprirla o di *osservarla*, e che i teoremi che noi dimostriamo, qualificandoli pomposamente come nostre "creazioni", siano semplicemente annotazioni delle nostre osservazioni». E più avanti, sostenendo la maggior "plausibilità" della realtà matematica rispetto a quella fisica: «Può darsi che la fisica moderna si adatti meglio a qualche costruzione della filosofia idealistica. Io non lo credo, ma ci sono dei fisici eminenti che lo affermano. La matematica pura, al contrario, mi sembra lo scoglio contro cui ogni forma di idealismo inevitabilmente si infrange: 317 è un numero primo, non perché lo pensiamo noi, o perché la nostra mente è conformata in un modo piuttosto che in un altro, ma *perché è così*, perché la realtà matematica è fatta così».

Questa visione può essere considerata opinabile, o addirittura ingenua. È essenziale tenere presente, tuttavia, che quella prospettiva, o — come si è detto — quell'ipotesi di lavoro, ha consentito a Hardy, e a generazioni di studiosi prima e dopo di lui, di portare contributi decisivi al progresso della matematica e della scienza in generale.

L'importanza di un risultato matematico dipende dal suo valore estetico poiché — sostiene Hardy (vicino in questo a Einstein) — non c'è posto nel mondo per la brutta matematica. Per esempio, la matematica greca — egli scrive — ha un valore estetico permanente perché «dopo migliaia di anni continua a dare intense emozioni a migliaia di persone». L'utilità, per Hardy, non ha alcuna rilevanza ed egli si vanta di non aver prodotto nulla di "utile" e afferma che nessuna sua scoperta ha mai arrecato, o potrà mai arrecare, contributi positivi o negativi al benessere umano. E qui non diceva il vero poiché, come ricorda E.C. Titchmarsh nella commemorazione preposta alle opere, un risultato ottenuto da Hardy nel 1908 sulla trasmissione dei caratteri mendeliani primari e secondari, citato ancor oggi come "legge di Hardy" nei trattati di genetica, trova tuttora applicazione nella medicina infantile.

La centralità della matematica resta il tema dominante e la chiave di lettura dell'*Apologia*, un libro nel quale Hardy, al termine della sua vita creativa nella ricerca, prende congedo da questa cercando di razionalizzare a posteriori il proprio rapporto con una scienza alla quale aveva dedicato la parte migliore di sé. La scoperta di quanto emotivo fosse stato quel rapporto, insieme alla coscienza di un'incombente senilità e della conseguente impossibilità intellettuale di mantenere quel rapporto ancora vivo e produttivo, dà al libro quel tono struggente di disperata rassegnazione — pur mascherata sovente da un sardonico stoicismo — alla quale accenna Snow nella sua introduzione, e che fa presagire la fine tragica di Hardy.

Questa rassegnazione non deve trarre in inganno, e certo non impedì a Hardy, nell'ultima pagina della sua *Apologia*, di volgersi indietro e di valutare con grande lucidità l'opera compiuta. Ai giudici di un tribunale ideale della sua vita rispondeva: «La sola difesa della mia vita, o di chiunque sia stato matematico nello stesso mio senso, è dunque questa: ho aggiunto qualcosa al sapere e ho aiutato altri ad aumentarlo ancora; il valore dei miei contributi si differenzia soltanto in grado, e non in natura, dalle creazioni dei grandi matematici, o di tutti gli altri artisti, grandi e piccoli, che hanno lasciato qualche traccia dietro di loro».

E.V.

Prefazione

A John Lomas,
che m'ha chiesto di scriverla.

Alla tavola dei professori del Christ's College di Cambridge era una sera come tutte le altre, ma avevamo Hardy ospite a cena.

Era appena tornato come titolare della cattedra di matematica e avevo sentito parlare di lui dai giovani matematici di Cambridge. Erano entusiasti di averlo di nuovo fra loro: lui sì era un *vero* matematico, dicevano, non come quei Dirac e quei Bohr di cui parlavano sempre i fisici. Era il più puro fra i puri. Eppoi era spregiudicato, eccentrico, radicale e pronto a parlare di tutto. Eravamo nel 1931, e l'espressione non era ancora entrata in uso, ma in epoca posteriore si sarebbe potuto dire che, per molti aspetti non ben definibili, Hardy aveva qualcosa del divo.

Così, dal mio posto in fondo alla tavola, mi misi a osservarlo. Aveva passato di poco la cinquantina: i capelli già grigi inquadravano una faccia talmente bruciata dal sole che aveva preso una tinta bronzea da pellerossa. Era una bella faccia, con gli zigomi pronunciati, il naso sottile, una faccia dai lineamenti spirituali e austeri, ma capace di scomporsi nelle convulsioni di una sbarazzina ilarità interiore.

Gli occhi, di un colore marrone opaco, erano vispi come quelli di un uccello, occhi di una specie non rara negli individui dotati di intelligenza astratta.

A quell'epoca Cambridge era piena di volti singolari e distinti, ma anche allora — pensai quella sera — quello di Hardy spiccava fra tutti.

Non mi ricordo com'era vestito. Probabilmente sotto la toga portava una giacca sportiva e dei pantaloni di flanella grigia. Al pari di Einstein, si vestiva come gli garba-

va ma, a differenza di Einstein, ravvivava il suo abbigliamento poco ricercato indossando volentieri costose camicie di seta.

Dopo cena, seduti nella sala dei professori, stavamo bevendo il vino quando qualcuno mi venne a dire che Hardy voleva parlare con me di cricket. Ero stato nominato solo l'anno prima ma, a quei tempi, il Christ's College non era grande, e i passatempi, anche dei più giovani membri della facoltà, si risapevano rapidamente. Mi fecero sedere accanto a lui, senza presentarmi. Come scoprii in seguito, Hardy era timido e imbarazzato in tutte le occasioni formali e aveva quasi la fobia delle presentazioni. Si accontentò di fare un cenno con la testa a guisa di saluto e attaccò senza nessun preambolo: «Lei passa per uno che se ne intende abbastanza di cricket, è vero?». Sì, ammisi che me ne intendevo un po'.

Mi sottopose immediatamente a un esame piuttosto serrato. Giocavo? Che tipo di giocatore ero? Mi parve di capire che non poteva soffrire le persone, assai numerose nel mondo universitario di allora, che studiavano religiosamente la letteratura di quello sport, ma che non avevano mai giocato. Esibii i miei modesti titoli, per quello che valevano. Le mie risposte dovettero sembrargli abbastanza rassicuranti e allora passò a questioni tattiche. Chi avrei scelto come capitano per l'ultimo incontro di campionato dell'anno precedente (il 1930)? Se i commissari tecnici avessero deciso che Snow era l'uomo che poteva salvare l'Inghilterra, quale sarebbe stata la mia strategia? e la mia tattica? («Se è sufficientemente modesto — mi disse — le è permesso di considerarsi capitano non giocatore.») Continuò così, dimentico di tutti i presenti, concentrato su di me.

Come potei spesso constatare in seguito, Hardy non si fidava mai delle intuizioni o delle impressioni di nessuno, neanche delle sue. L'unico modo di verificare le conoscenze di un uomo, secondo lui, era di sottoporlo a un esame. Questo valeva per la matematica, la letteratura, la filoso-

fia, la politica, per qualsiasi cosa. Se l'uomo aveva barato e cedeva sotto il peso dell'interrogatorio, tanto peggio per lui. La sua mente brillante e penetrante puntava dritto all'essenziale.

Quella sera, nella sala dei professori, gli era necessario scoprire se avrei potuto essere un passabile compagno di cricket. Nient'altro importava. Alla fine, con un sorriso carico di fascino, d'una schiettezza infantile, mi disse che la prossima stagione al Fenner (il campo di cricket dell'università) avrebbe potuto essere sopportabile grazie alla prospettiva di un interlocutore accettabile.

E così come dovevo la conoscenza con Lloyd George[1] alla sua passione per la frenologia, fui debitore della mia amicizia con Hardy al fatto di aver sprecato una parte esagerata della mia giovinezza sui campi di cricket. Ignoro quale sia la morale di questa vicenda. Ma per me è stata una grande fortuna. Intellettualmente, questa amicizia è stata la più preziosa della mia vita. La mente di Hardy, come ho appena detto, era brillante e penetrante: a tal punto che, al confronto, quella di chiunque altro sembrava un po' spenta, pedestre e confusa. Hardy non era un grande genio, come Einstein o Rutherford. Con la sua solita lucidità affermava che, se il termine aveva un senso, lui non era davvero un genio. Al massimo, diceva, era stato per un breve periodo al quinto posto fra i maggiori matematici puri del mondo. Poiché il suo carattere era altrettanto bello e candido quanto la sua mente, sosteneva sempre che il suo amico e collaboratore Littlewood[2] era un matematico di statura considerevolmente superiore alla sua e che il suo protetto Ramanujan[3] possedeva davvero (anche se meno sviluppato e molto meno efficace) il genio naturale dei più grandi matematici.

Certe volte, a sentirlo parlare di quei suoi amici, si aveva l'impressione che si sottovalutasse. È vero che era generoso e tanto poco invidioso quanto può esserlo un uomo: ma credo che fraintenderebbe questa sua qualità chi non accettasse il suo giudizio. Preferisco credere a ciò che

ha scritto lui stesso nell'*Apologia di un matematico*, che è al tempo stesso così umile e così fiero:

«Ancor oggi nei momenti di depressione, quando sono costretto ad ascoltare della gente pedante e presuntuosa mi dico, "Beh, io ho fatto qualcosa che voi non sareste mai stati capaci di fare: ho collaborato con Littlewood e Ramanujan quasi su un piano di parità".»

Comunque toccherà agli storici della matematica determinare la posizione precisa di Hardy (anche se sarà un compito quasi impossibile perché la parte migliore della sua opera è stata realizzata in collaborazione con altri). C'è però un aspetto che pone Hardy chiaramente al di sopra di Einstein o di Rutherford o di qualunque altro grande genio: la sua capacità di trasformare ogni opera dell'intelletto, importante o no, o addirittura puro e semplice gioco, in un'opera d'arte. Soprattutto questa dote, secondo me, gli permetteva di elargire, quasi senza rendersene conto, un così intenso piacere intellettuale.

Quando fu pubblicata per la prima volta l'*Apologia di un matematico*, Graham Greene la recensì e disse che, insieme ai *Taccuini* di Henry James, era la descrizione più riuscita di cosa significa essere un "artista creativo". Nel ripensare all'effetto che Hardy esercitava su chiunque avesse intorno, credo che questa sia la chiave del segreto.

Hardy era nato nel 1877 in una modesta famiglia di insegnanti. Suo padre era segretario amministrativo e professore di disegno a Cranleigh, allora una piccola scuola "pubblica" (che in inglese significa privata). Sua madre era stata direttrice del Lincoln College, una scuola di tirocinio per insegnanti. Entrambi avevano ingegno, ed erano portati per la matematica. Nel caso di Hardy, come in quello della maggior parte dei matematici, non occorre cercare tanto lontano i presupposti genetici. Gran parte della sua infanzia, a differenza di quella di Einstein, è stata la tipica infanzia di un futuro matematico. Dimostrò di possedere un quoziente di intelligenza incredibilmente alto non appena imparò a parlare, o addirittura prima. A

due anni scriveva cifre di milioni (un segno comune a chi ha attitudine alla matematica). Quando lo portavano in chiesa si divertiva a scomporre in fattori i numeri degli inni: ha giocato con i numeri per tutta la sua vita, abitudine che è all'origine della commovente scena al letto di Ramanujan ammalato. È una scena molto nota, ma non credo di saper resistere al piacere di raccontarla un'altra volta, come farò più avanti.

Ebbe un'infanzia vittoriana, illuminata, molto colta. I suoi genitori erano probabilmente un po' noiosi, ma anche molto affettuosi. L'infanzia in una famiglia vittoriana di questo tipo era la cosa più dolce che si possa immaginare, anche se indubbiamente molto impegnativa sul piano intellettuale. La sua ebbe solo due aspetti particolari. Il primo è che Hardy soffriva di un'acuta timidezza a un'età insolitamente precoce, molto prima di avere dodici anni. I suoi genitori sapevano che era un prodigio di intelligenza, e anche lui lo sapeva. Era il primo della classe in tutte le materie. Ma, come conseguenza, doveva presentarsi davanti a tutta la scuola per ricevere i premi, e questo per lui era insopportabile. Una sera, a cena, mi raccontò che cercava di dare delle risposte sbagliate proprio per sottrarsi a quella prova intollerabile. La sua capacità di fingere, però, fu sempre minima, e quindi vinceva i premi lo stesso.

Col tempo la sua timidezza si attenuò e divenne competitivo. Lo dice nell'*Apologia*: «Non mi ricordo di aver sentito, da ragazzo, nessuna *passione* per la matematica, e l'idea che mi ero fatto della carriera di un matematico era tutt'altro che nobile. Concepivo la matematica in termini di esami e di borse di studio: volevo battere i miei compagni, e la matematica mi sembrava il mezzo più efficace». Ciononostante dovette convivere con una natura estremamente sensibile. Era come se fosse nato con tre strati di pelle in meno.

A differenza di Einstein, che dovette dominare un Io troppo potente attraverso lo studio del mondo esterno prima di raggiungere la propria statura morale, Hardy do-

vette rafforzare un Io mal protetto. Ogni tanto, in epoca più tarda, questa necessità gli fece assumere un atteggiamento altezzoso (che Einstein non ebbe mai) quando si trattava di prendere posizione su problemi morali. D'altra parte, gli diede quella penetrazione introspettiva e quella rara franchezza che gli permisero di parlare di sé con assoluta semplicità (cosa che Einstein non riuscì mai a fare).

Credo che questa contraddizione, o tensione, nel suo carattere fosse collegata a una bizzarria di comportamento. Hardy era il classico antinarciso. Non sopportava di essere fotografato: per quanto ne so io, esistono solo cinque sue fotografie. Non voleva specchi nei suoi alloggi, neanche quello per radersi. Quando andava in albergo, per prima cosa copriva tutti gli specchi con gli asciugamani. Sarebbe stato già abbastanza strano se avesse avuto una faccia da maschera grottesca: sembra ancora più strano dato che, per tutta la vita, fu di una bellezza non comune. Naturalmente, narcisismo e antinarcisismo non hanno nulla a che fare con il giudizio che esprimono gli altri sul nostro aspetto fisico.

Questo comportamento sembra eccentrico, e difatti lo era. Tra Hardy e Einstein, comunque, c'era una differenza di indole. Quelli che come Infeld[1] hanno trascorso molti anni con Einstein, man mano che lo conoscevano notavano che diventava sempre più strano e sempre meno simile a loro. Sono sicuro che avrei avuto anch'io la stessa impressione. Con Hardy era il contrario. Il suo comportamento era spesso diverso dal nostro, tanto da rasentare la stravaganza, ma sembrava una specie di sovrastruttura applicata a un'indole che non era affatto diversa dalla nostra: era solo più delicata, meno corazzata, più sensibile.

L'altro aspetto particolare della sua infanzia era più mondano, ma per lui significò l'eliminazione di ogni ostacolo materiale alla sua carriera. Hardy, con la sua schietta onestà, sarebbe stato l'ultimo a fare il difficile su questo punto. Sapeva quel che significa il privilegio e ammetteva il proprio. La sua famiglia non aveva denaro, poteva con-

tare solo sul reddito di un insegnante; ma nel campo dell'istruzione era in contatto con il migliore ambiente dell'Inghilterra di fine secolo. E in Inghilterra questi contatti sono sempre stati più importanti di qualsiasi ricchezza. Non sono le borse di studio che mancano, se si sa come ottenerle. Non c'è mai stato il minimo rischio che il giovane Hardy si perdesse per strada, contrariamente a quanto accadde al giovane Wells e al giovane Einstein. Dai dodici anni in su non ebbe che a vivere; a coltivare i suoi talenti si sarebbe provveduto convenientemente.

A dodici anni, infatti, ottenne una borsa di studio per il Winchester College, che per la matematica era allora, e restò ancora a lungo, il migliore istituto d'Inghilterra. La ottenne unicamente per la qualità del lavoro che aveva fornito in matematica a Cranleigh. (Incidentalmente ci si potrebbe domandare se una scuola prestigiosa saprebbe essere così elastica al giorno d'oggi.) Gli fecero frequentare un corso speciale di matematica in una classe di cui era l'unico alunno: nelle materie umanistiche era bravo quanto i più bravi allievi. In seguito ammetteva di aver ricevuto una buona istruzione, ma lo faceva con riluttanza. Non gli piaceva la scuola, anche se ne apprezzava i corsi. Come tutte le scuole private vittoriane, il Winchester era un college piuttosto duro. Un inverno mancò poco che morisse. Invidiava Littlewood, che viveva comodamente in famiglia e frequentava da esterno il St. Paul, e altri amici ancora che studiavano in istituti meno rigidi. Dopo che ebbe lasciato il Winchester non ci tornò più, ma lo lasciò col destino inevitabile di chi è stato messo sul binario giusto, fornito di una borsa di studio per il Trinity.

Serbava un curioso motivo di rancore contro il Winchester. Hardy aveva una disposizione naturale per qualsiasi gioco con la palla e possedeva un occhio eccezionale. A cinquant'anni batteva a tennis il secondo giocatore in classifica dell'università e a sessanta l'ho visto piazzare dei colpi sbalorditivi nelle porte del cricket. Eppure al Winchester non gli avevano concesso neppure un'ora di alle-

namento e la sua tecnica era carente; con un po' di allenamento — pensava — avrebbe potuto diventare un buon battitore, non proprio di prim'ordine, ma quasi. Come tutti i giudizi che dava di se stesso, questo mi sembra del tutto fondato. È strano che all'apice del culto vittoriano per lo sport, un simile talento sia stato così trascurato. Immagino che nessuno si sia dato la pena di cercare l'atleta nel migliore allievo della scuola, così fragile e delicato, e di una timidezza così marcata.

A quell'epoca, sarebbe stato normale che un ex allievo del Winchester entrasse al New College di Oxford. Questo non avrebbe affatto modificato la sua carriera (ma visto che ha sempre preferito Oxford a Cambridge, avrebbe potuto restarvi per tutta la vita, privando alcuni di noi di un gran piacere). Ma preferì entrare al Trinity di Cambridge, per una ragione che egli descrive nell'*Apologia*, con humour, ma come al solito, senza abbellire la verità. «Avevo circa quindici anni quando (in un modo piuttosto strano) le mie ambizioni si precisarono. C'è un libro di "Alan St Aubyn" (pseudonimo di Frances Marshall) intitolato *A Fellow of Trinity*, il primo di una serie che descrive quella che si pensa sia la vita di college a Cambridge... Ci sono due eroi, un eroe principale, Flowers, quasi perfetto, e un eroe secondario, Brown, un individuo molto più debole. Flowers e Brown incontrano molti pericoli...

Flowers supera tutte le prove, diventa secondo Wrangler e Senior Classic[5], e ottiene automaticamente la nomina a fellow (come pensavo sarebbe accaduto). Brown invece soccombe alle tentazioni, rovina i suoi genitori, inizia a bere, viene salvato da un attacco di delirium tremens durante un temporale solo grazie alle preghiere del giovane decano, ha molte difficoltà a prendere anche solo il normale diploma, e alla fine diventa missionario. La loro amicizia non è però spezzata da queste vicissitudini, e i pensieri di Flowers sono per Brown, pieni di affettuosa pietà, mentre, per la prima volta, beve porto e mangia noci nella sala dei professori.

Ora, Flowers era abbastanza un bravo ragazzo (per quanto "Alan St Aubyn" sia capace di descriverne uno), ma persino la mia mente ingenua si rifiutava di ammettere che fosse intelligente. Se era capace di fare quelle cose, perché non potevo riuscirci io? In particolare, mi affascinava la scena finale nella sala dei professori e da allora, finché non l'ho ottenuto, la matematica per me significò prima di tutto un posto al Trinity». Posto che ottenne dopo essere riuscito primo nella seconda parte degli esami finali di matematica, il Tripos[6], a ventidue anni.

Nel frattempo dovette affrontare due piccole vicende non gravi. La prima fu di ordine teologico, nel più puro stile vittoriano. Hardy aveva deciso, credo prima di lasciare il Winchester, che non credeva in Dio. Per lui era una decisione senza mezzi termini, netta e chiara come tutte le altre sue idee. Al Trinity College la frequenza al servizio religioso era obbligatoria. Hardy informò il decano, sicuramente con quella timida sicurezza tutta sua, che in coscienza non se la sentiva di assistervi. Il decano, che doveva essere un burocrate, pretese che Hardy scrivesse ai genitori per metterli al corrente. Erano religiosi e osservanti, e il decano sapeva, e Hardy lo sapeva meglio di lui, che la notizia li avrebbe addolorati, in un modo che noi, a distanza di settant'anni, difficilmente possiamo concepire.

Hardy lottò con la sua coscienza. Non era abbastanza mondano per schivare il problema. Non lo era neppure abbastanza (me ne parlò un pomeriggio sul campo di cricket, perché la ferita bruciava ancora) per consigliarsi con amici più esperti che avrebbero saputo risolvere la questione. Alla fine scrisse la lettera. In parte a causa di quest'incidente, la sua miscredenza rimase per sempre dichiarata e operante. Hardy si rifiutò di entrare nella cappella di qualunque college, anche per una formalità come l'elezione di un professore. Aveva degli amici fra gli ecclesiastici, ma Dio era il suo nemico personale. In tutto questo si coglie un'eco del secolo XIX, ma sarebbe un errore, come sempre nel caso di Hardy, non prenderlo in parola.

Nonostante tutto, ci si divertiva anche, e parecchio. Mi ricordo un giorno negli anni Trenta, in cui lo vidi assaporare un piccolo trionfo. Successe al Lord durante una sfida fra dilettanti e professionisti sul campo di cricket, di mattina presto, col sole che brillava sulla tribuna. Uno dei battitori, piazzato di fronte all'estremità del campo che dava sulla Nursery[7], si lamentò di essere accecato da un riflesso che non si sapeva da dove venisse. Gli arbitri, perplessi, si misero a ispezionare tutt'intorno al terreno di gioco. Automobili? No. Finestre? Non ce n'erano su quel lato. Alla fine, con aria trionfante, un arbitro individuò il riflesso: proveniva da una grande croce pettorale posta nel bel mezzo di un enorme ecclesiastico. Civilmente, l'arbitro lo pregò di togliersela. A due passi da lì, Hardy era piegato in due da una gioia mefistofelica. All'ora di colazione non ebbe il tempo di mangiare: scrisse cartoline (cartoline e telegrammi erano il suo mezzo di comunicazione preferito) a tutti i suoi amici ecclesiastici.

Ma nella guerra di Hardy contro Dio e i suoi sostituti, la vittoria non arrideva sempre alla stessa parte. In una bella e silenziosa serata di maggio al Fenner, pressappoco in quella stessa epoca, sul campo sportivo si diffusero i rintocchi delle sei: «È proprio una disdetta — disse semplicemente Hardy — che una parte delle ore più felici della mia vita sia passata a portata di voce delle campane di una chiesa cattolica.»

Il secondo motivo di cruccio dei suoi primi anni d'università fu di ordine professionale. Praticamente dall'epoca di Newton, e durante tutto il secolo XIX, gli studi a Cambridge erano dominati dal vecchio esame finale conosciuto col nome di *Mathematical Tripos*. Gli inglesi hanno sempre avuto più fiducia di tutti gli altri popoli negli esami (tranne forse i cinesi dell'epoca imperiale); li hanno tradizionalmente condotti con giustizia, ma anche con notevole rigidità per quel che riguarda la loro procedura. E questo, per inciso, è ancora vero ai nostri giorni. Sicuramente era vero per il *Mathematical Tripos* al tempo della

sua gloria. Era un esame con domande, quasi sempre molto difficili, che, disgraziatamente, non lasciavano al candidato alcuna possibilità di dar prova di immaginazione, di intuito matematico, né di qualsiasi altra qualità necessaria a un matematico creativo. I candidati migliori (i "Wrangler", termine che è rimasto, per designarli) venivano classificati in base alla votazione riportata, secondo una graduatoria strettamente numerica. I college organizzavano gran festeggiamenti quando uno dei loro diventava Senior Wrangler; e i primi due o tre Wrangler venivano nominati immediatamente fellow.

Tutto ciò era molto inglese. Quel sistema aveva un unico inconveniente, che Hardy sottolineò con la sua lucidità polemica non appena divenne un matematico eminente, e si impegnò, assieme al suo strenuo alleato Littlewood, a farlo abolire. Da cent'anni, quel sistema stava letteralmente rovinando lo studio della matematica in Inghilterra.

Nel suo primo trimestre al Trinity, Hardy si trovò imprigionato nel sistema. Bisognava che si allenasse come un cavallo da corsa, su un percorso di esercizi matematici che, a diciannove anni, reputava già privi di senso. Fu mandato da un famoso ripetitore, da cui andavano quasi tutti i Wrangler potenziali. Questo ripetitore conosceva tutti gli ostacoli, tutti i trucchi degli esaminatori, e mostrava una sublime indifferenza per la materia stessa. A questo punto il giovane Einstein si sarebbe ribellato: avrebbe lasciato Cambridge o non avrebbe più fatto alcun regolare lavoro ufficiale per i tre anni successivi. Ma Hardy era nato in un clima inglese di professionismo intenso (che oltre ai difetti ha anche i suoi meriti). Dopo aver pensato di cambiare materia e di dedicarsi alla storia, ebbe il buon senso di prendersi per maestro un vero matematico a cui ha reso omaggio nell'*Apologia*:

«Il primo ad aprirmi gli occhi fu il professor Love[8], del quale seguii i corsi per alcuni trimestri, che mi iniziò a una seria concezione dell'analisi. Ma il grande debito che

ho verso di lui — dopo tutto, era essenzialmente un matematico applicato — è di avermi consigliato di leggere il celebre *Cours d'analyse* di Jordan[9]; non dimenticherò mai il mio stupore nel leggere quest'opera notevole, la prima fonte d'ispirazione per tanti matematici della mia generazione, grazie alla quale scoprii per la prima volta cosa fosse davvero la matematica. Da allora fui, a mio modo, un vero matematico, con solide ambizioni e con un'autentica passione per la matematica.»

Fu quarto Wrangler nel 1898, il che gli provocò una certa irritazione, come ammise spesso in seguito. Aveva sufficiente spirito agonistico per capire che, anche se la gara era ridicola, avrebbe dovuto vincerla. Nel 1900 passò la seconda parte del *Tripos*, un esame più degno di rispetto, e ottenne il posto che gli spettava e la nomina a fellow.

Da allora in poi, la sua vita era tracciata nelle linee essenziali. Conosceva il suo obiettivo: portare il rigore nell'analisi matematica inglese. Non si allontanò più dalla ricerca che definì «l'unica vera felicità duratura di tutta la mia vita». Non aveva inquietudini su ciò che doveva fare. Né lui né nessun altro mettevano in dubbio il suo grande talento. Fu eletto socio della Royal Society a soli trentatré anni.

Sotto molti aspetti, dunque, Hardy fu singolarmente fortunato. Non dovette preoccuparsi per la carriera. Dall'età di ventitré anni ebbe a disposizione tutto il tempo libero che un uomo possa desiderare, e tutto il denaro che gli serviva. Nei primi anni del Novecento, un professore scapolo del Trinity godeva di una certa agiatezza. Hardy era giudizioso in fatto di soldi, li spendeva quando si sentiva tenuto a spenderli (a volte per motivi singolari, come una corsa di ottanta chilometri in taxi), e per il resto non era affatto distaccato dalle cose materiali. Coltivava i suoi sport e si permetteva qualche eccentricità. Viveva in un ambiente frequentato dai migliori intellettuali del mondo — G.E. Moore, Whitehead, Bertrand Russell, Trevelyan —, l'alta società del Trinity che presto avrebbe trovato il

suo complemento artistico nel circolo di Bloomsbury. (Anche Hardy aveva dei legami con Bloomsbury, tanto di amicizie personali che di affinità.) In una cerchia brillante, era uno dei giovani più brillanti e, alla sua maniera tranquilla, uno dei più esuberanti.

Anticipo adesso quello che dirò più avanti. La sua vita è rimasta la vita di un giovane brillante fino alla vecchiaia, e anche il suo spirito: i suoi sport, i suoi interessi, conservarono la spensieratezza di quelli di un giovane docente universitario. E come succede a molti uomini che conservano fino ai sessant'anni gli entusiasmi giovanili, i suoi ultimi anni furono più bui proprio per questo.

Durante gran parte della vita, però, Hardy fu più felice della maggior parte di noi. Aveva moltissimi amici, di specie straordinariamente diversa, che sottoponeva a certi suoi esami privati: dovevano possedere una qualità che lui chiamava "spin". (È un termine del cricket, intraducibile: implica una certa obliquità o ironia d'approccio. Fra le personalità contemporanee, Macmillan e Kennedy otterrebbero dei buoni voti per lo spin, Churchill e Eisenhower no.) Ma Hardy era tollerante, leale, pieno d'energia e, se pure in modo poco espansivo, molto attaccato ai suoi amici. Una volta fui costretto ad andare da lui di mattina, il momento della giornata che dedicava alla matematica. Sedeva al tavolino, intento a scrivere con la sua bella scrittura. Mormorai qualche scusa banale e dissi che speravo di non disturbarlo. La sua espressione si scompose nel solito sogghigno malizioso. «Dovresti accorgerti da solo che è proprio quello che stai facendo. Però, di solito sono contento di vederti.» Durante i sedici anni della nostra amicizia, non mi ha mai detto nulla di più espansivo, tranne sul letto di morte, quando mi disse che aspettava le mie visite con impazienza.

Credo che la maggior parte dei suoi amici intimi abbiano avuto la mia stessa esperienza. Ma, sparsi nel corso della vita, egli ebbe dei rapporti di specie diversa con due o tre persone. Furono affetti intensi, coinvolgenti, non fi-

sici, ma profondi. Quello di cui io ero a conoscenza riguardava un giovane la cui natura era altrettanto spiritualmente delicata quanto la sua. Credo, pur se l'ho colto soltanto da accenni occasionali, che anche con gli altri avesse un rapporto simile. A molti della mia generazione tali rapporti sarebbero parsi insoddisfacenti o impossibili. Non erano né l'uno né l'altro, e se non li si accetta come dati di fatto, si rischia di non capire il temperamento di uomini come Hardy (che, anche se rari, non sono delle mosche bianche), e neanche la società di Cambridge dell'epoca. Hardy non ebbe quelle soddisfazioni che la maggior parte di noi non può fare a meno di cercare ma, grazie alla straordinaria conoscenza che aveva di se stesso, non ne fu infelice. La sua vita interiore gli apparteneva interamente e fu ricchissima. La tristezza venne solo alla fine. A parte sua sorella, che gli fu molto devota, rimase senza nessuno che gli fosse veramente vicino.

Nell'*Apologia*, che malgrado tutto il suo brio è un libro di una tristezza disperata, afferma con stoicismo sardonico che quando un uomo dotato di ingegno creativo ha perso il potere o il desiderio di creare, «è un peccato, ma in tal caso egli comunque non conta più nulla, e sarebbe sciocco preoccuparsi per lui». Era così che Hardy trattava la sua vita privata al di fuori della matematica. La matematica era la sua ragione d'essere. Era facile dimenticarsene, nell'effervescenza della sua compagnia: proprio come la passione morale di Einstein faceva facilmente dimenticare che la sua ragione d'essere era la ricerca delle leggi fisiche. Ma nessuno dei due lo dimenticò mai: fu il nucleo centrale delle loro vite, dalla giovinezza alla morte.

A differenza di Einstein, Hardy non ebbe una partenza veloce. I suoi primi lavori, fra il 1910 e il 1911, erano abbastanza buoni per consentirgli di entrare nella Royal Society e per procurargli una reputazione internazionale, ma lui non li considerava importanti. Non per falsa modestia: era il giudizio di un maestro che sapeva distinguere con grande precisione l'esatto valore della sua opera.

Nel 1911 iniziò con Littlewood una collaborazione che durò trentacinque anni. Nel 1913 scoprì Ramanujan, e così iniziò un'altra collaborazione. Tutti i suoi lavori più importanti vennero eseguiti in coppia con l'uno o con l'altro dei due, in prevalenza con Littlewood; quest'ultima è diventata la più celebre collaborazione della storia della matematica. Non c'è stato niente di simile in nessun'altra scienza e, per quanto ne so, in nessun altro campo di attività creativa. Insieme hanno prodotto quasi un centinaio di articoli, di cui un buon numero "della classe di Bradman". Dei matematici che non avevano dimestichezza con Hardy negli ultimi anni, né col cricket, insistevano nel dire che il suo più grande elogio era l'essere "della classe di Hobbs".[10] A torto perché, molto a malincuore, dato che Hobbs era stato uno dei suoi beniamini, Hardy aveva modificato la sua scala di valori. Un giorno, probabilmente nel 1938, ricevetti un sua cartolina che diceva: «Bradman è di un'intera classe al di sopra di qualsiasi battitore che sia mai esistito: se Archimede, Newton e Gauss rimanessero nella classe di Hobbs, dovrei ammettere l'esistenza di una classe al di sopra di loro, cosa che mi riesce difficile da immaginare. D'ora in avanti, sarà meglio spostarli nella classe di Bradman.»

Le ricerche di Hardy e Littlewood dominarono la matematica pura inglese, e anche quella mondiale, per un'intera generazione. È troppo presto per dire — almeno così mi dicono i matematici — fino a che punto essi hanno mutato il corso dell'analisi matematica e che importanza avrà la loro opera fra cent'anni. Che avrà un valore duraturo è però fuori discussione.

Come ho già detto, fra tutte le collaborazioni, la loro è stata la più importante. Ma nessuno sa come facessero a lavorare assieme: e se non ce lo dice Littlewood, non lo sapremo mai. Ho già riportato il giudizio espresso da Hardy secondo cui Littlewood, tra loro due, era il matematico più capace. Aveva anche scritto che non conosceva «nessun altro che disponesse di una simile combinazione

di introspezione, di tecnica e di capacità». Littlewood era, ed è, un uomo più normale di Hardy, altrettanto interessante e probabilmente più complesso. Non condivise mai l'inclinazione di Hardy per quella specie di raffinata sfarzosità intellettuale che lo contraddistingueva, e per questo fu meno al centro della scena accademica. I matematici europei ci scherzavano sopra; circolava infatti la battuta che Hardy avesse inventato l'esistenza di Littlewood, per poter addossargli la colpa se uno dei loro teoremi si fosse dimostrato falso. In realtà, Littlewood è un uomo con una personalità almeno altrettanto forte di quella di Hardy.

A prima vista, nessuno dei due sembrava un tipo facile come compagno di lavoro, ed è difficile immaginare l'uno o l'altro prendere l'iniziativa di questa collaborazione. Eppure uno dei due deve averla presa. Non esiste traccia di come si organizzassero. Durante il periodo più produttivo non erano neanche nella stessa università. Secondo Harald Bohr (fratello di Niels Bohr e lui stesso buon matematico), uno dei pilastri della loro collaborazione era il seguente: se uno scriveva all'altro, il destinatario non era tenuto a rispondere, e neppure a leggere la lettera.

Io non posso aggiungere nulla. Con me Hardy ha parlato per parecchi anni di quasi tutti gli argomenti immaginabili, tranne che della collaborazione con Littlewood. Naturalmente, diceva che era stata la più grande fortuna della sua carriera creativa; parlava di Littlewood nei termini che ho riferito, ma non ha mai fatto il più piccolo accenno al procedimento che seguivano. Ero troppo ignorante di matematica per capire i loro lavori, ma ero riuscito a familiarizzarmi un po' col loro linguaggio. Se avesse lasciato cadere un accenno sui loro metodi non mi sarebbe sfuggito. Sono quasi sicuro che il riserbo — da cui egli era totalmente alieno in questioni che a molti di noi sembrerebbero più intime — era deliberato.

Sulla scoperta di Ramanujan, invece non faceva misteri. Era stata — disse — l'unica vicenda romantica della sua vita. Comunque, è una storia ammirevole, che torna a

onore di tutti i protagonisti (con due sole eccezioni). Una mattina, all'inizio del 1913, tra le lettere che lo attendevano sulla tavola della prima colazione, trovò una grossa busta sgualcita, ornata di francobolli indiani. Aprendola, vide dei fogli tutt'altro che nuovi, coperti riga dopo riga di simboli, in una grafia non inglese. Li sbirciò senza entusiasmo. A quell'epoca, a soli trentasei anni, era un matematico di fama mondiale e i matematici di fama mondiale, lo sapeva per esperienza, sono particolarmente presi di mira dagli eccentrici. Era abituato a ricevere manoscritti di sconosciuti che volevano dimostrare la saggezza profetica della Grande Piramide, o la giustezza dei *Protocolli dei Savi di Sion*, o i crittogrammi inseriti da Bacone nelle opere teatrali del cosiddetto Shakespeare.

Perciò Hardy ne fu soprattutto infastidito. Diede una scorsa alla lettera di accompagnamento, scritta in un inglese zoppicante e firmata da un indiano sconosciuto che domandava il suo parere su quelle scoperte matematiche. Il manoscritto conteneva dei teoremi, che sembravano nella maggior parte avventati o fantastici; per di più un paio di teoremi già arcinoti erano dati come originali. Non c'erano dimostrazioni, di nessun genere. Hardy non era solo infastidito, era anche irritato. Aveva l'impressione di avere a che fare con una curiosa specie di imbroglio. Mise da parte il manoscritto, e riprese la sua solita routine. Siccome quella routine non cambiò mai per tutta la sua vita, è possibile ricostruirla. Mentre faceva colazione, prima di tutto leggeva il «Times». Poiché questa vicenda accadeva in gennaio, c'erano i risultati delle partite di cricket contro l'Australia e quindi iniziava da quelli, studiandoseli con la solita perspicacia e con estrema attenzione.

Maynard Keynes, che ha iniziato la sua carriera facendo il matematico e che era amico di Hardy, gli mosse un giorno questo rimprovero: se avesse letto le quotazioni di borsa mezz'ora al giorno con la stessa concentrazione con cui leggeva i risultati del cricket, sarebbe inevitabilmente diventato ricco. In seguito, pressappoco dalle nove all'u-

na, se non doveva fare lezione, Hardy lavorava alle sue ricerche matematiche. Quattro ore di attività creativa al giorno — diceva — sono quasi il limite per un matematico. Poi faceva un leggero spuntino al college, dopo di che se la filava a fare una partita di real tennis[11] nel campo dell'università (d'estate invece andava al Fenner a vedere il cricket). Verso il tardo pomeriggio tornava nel suo alloggio al Trinity. Quel giorno, però, benché l'impiego del tempo fosse rimasto immutato, in lui le cose interiori non andarono come previsto. In un cantuccio della sua mente, intralciandogli il piacere del gioco, il manoscritto indiano lo assillava. Teoremi pazzeschi. Teoremi quali lui non aveva mai visto né immaginato. Un ciarlatano che si spacciava per genio? Una domanda gli si andava formando nella mente, e siccome era la mente di Hardy, la domanda andava formandosi con la nitidezza di un epigramma: un ciarlatano che simula il genio è più verosimile di un genio matematico sconosciuto? La risposta, evidentemente, era negativa. Di ritorno all'appartamento al Trinity, diede un'altra occhiata al manoscritto. Comunicò a Littlewood (probabilmente mandandogli un biglietto, certamente non per telefono che, come tutte le invenzioni meccaniche, comprese le penne stilografiche, gli ispirava una profonda diffidenza) che aveva bisogno di parlargli dopo cena.

Finita la cena, può darsi che il colloquio abbia subito un leggero rinvio. A Hardy piaceva bere un bicchiere di vino ma, nonostante le grandiose evocazioni di "Alan St Aubyn" che avevano infiammato la sua giovane immaginazione, si era accorto che non gli piaceva attardarsi nella sala dei professori ad assaporare il porto con le noci, contrariamente a Littlewood, molto più *homme moyen sensuel*. Ecco perché ci può essere stato un ritardo. In ogni modo, verso le nove, erano da Hardy, col manoscritto steso davanti a loro.

È una di quelle occasioni a cui si vorrebbe essere presenti. Hardy, col suo miscuglio di lucidità impietosa e di spavalderia intellettuale (era molto inglese, ma nelle di-

scussioni dimostrava le caratteristiche che i latini hanno sempre rivendicato come proprie), e Littlewood, fantasioso, energico, spiritoso. A quanto pare non impiegarono molto tempo. Prima di mezzanotte avevano capito, e capito senza ombra di dubbio, che l'autore di quei manoscritti era un uomo di genio. Fu tutto quello che potevano stabilire, per quella notte. Solo più tardi Hardy giudicò che in termini di genio matematico *naturale*, Ramanujan era della classe di Gauss e di Eulero ma, a causa delle lacune nella sua istruzione e perché era arrivato troppo tardi sulla scena della storia della matematica, non poteva aspettarsi di fornire un contributo di pari portata.

Sembra tutto ovvio, esattamente il tipo di giudizio che ci si aspetta da dei grandi matematici. Ma ho detto che ci furono due persone che non uscirono con onore da questa storia e che per cavalleria Hardy ha sempre tenuto nascoste in tutto quello che ha detto o scritto su Ramanujan. Le due persone coinvolte sono morte ormai da molti anni ed è ora di dire la verità, che è semplice: Hardy non era il primo matematico illustre ad aver ricevuto i manoscritti di Ramanujan. Ce n'erano stati altri due, prima di lui, entrambi inglesi, entrambi di alto livello professionale, e tutti e due avevano restituito i manoscritti senza commenti. Non credo che la storia abbia registrato quello che dissero quando Ramanujan divenne famoso. D'altronde, chiunque abbia ricevuto del materiale non richiesto, proverà una inconfessabile simpatia per quei due.

Comunque, il giorno seguente, Hardy entrò in azione. Aveva deciso che si doveva far venire Ramanujan in Inghilterra. I soldi non erano il problema principale. Il Trinity era sempre stato generoso nell'incoraggiare talenti non riconosciuti (il college fece la stessa cosa per Kapitsa[12] alcuni anni dopo). Una volta poi che Hardy avesse preso una decisione, nessun mezzo umano avrebbe potuto fermarlo; ma questa volta ci fu bisogno di una buona dose di aiuto soprannaturale.

Si scoprì che Ramanujan era un povero impiegato che

viveva a Madras con la moglie, con uno stipendio di circa venti sterline all'anno. Ma era anche un bramino, che seguiva in modo particolarmente rigido i precetti religiosi e che sua madre era ancora più rigida di lui. Sembrava quindi impossibile che infrangesse le proibizioni e attraversasse il mare. Per fortuna sua madre aveva il più profondo rispetto per la dea di Namakkal. Una mattina la madre di Ramanujan fece un annuncio sorprendente. Quella notte aveva fatto un sogno: aveva visto suo figlio seduto in una grande sala in mezzo a un gruppo di europei e la dea di Namakkal le aveva ordinato di non intralciare la strada che avrebbe portato suo figlio a realizzare lo scopo della sua vita. Questa, come raccontano i biografi indiani di Ramanujan, fu una gradita sorpresa per tutti. Ramanujan arrivò in Inghilterra nel 1914. Da quanto riuscì a capire Hardy (sebbene a questo riguardo io non mi fiderei molto della sua perspicacia), a parte le remore a violare i precetti della sua casta, Ramanujan non aveva che un vago sentimento panteista, non credeva molto alla dottrina teologica, almeno non molto più di quanto ci credesse Hardy stesso. Ma credeva sicuramente nel rituale. Quando si stabilì al Trinity — che dopo quattro anni lo nominò fellow — per lui non ci fu nessuna autogratificazione alla "Alan St Aubyn". Hardy lo trovava in camera sua, vestito ritualmente col pigiama, miseramente intento a friggere in padella dei legumi.

Il loro fu un rapporto di collaborazione strano e commovente. Hardy non dimenticava di essere in presenza di un genio; ma di un genio che, anche in matematica, era del tutto incolto. Ramanujan non aveva potuto entrare all'Università di Madras, perché all'ammissione non aveva superato l'esame di inglese. A detta di Hardy, Ramanujan era sempre cordiale e conciliante ma, sicuramente, la conversazione con Hardy, al di fuori dei temi matematici, doveva lasciarlo a volte piuttosto sconcertato. Sembra che lo ascoltasse con un sorriso paziente sul suo viso buono, cordiale e aperto. Anche nell'ambito della matematica, dovet-

tero superare le loro profonde differenze culturali. Ramanujan era un autodidatta e non sapeva nulla del rigore moderno: in un certo senso non sapeva che cosa fosse una dimostrazione. In un momento di stupido sentimentalismo, insolito per Hardy, egli scrisse che se Ramanujan fosse stato più istruito, sarebbe stato meno Ramanujan. Ritrovato il senso dell'ironia, più tardi si corresse dicendo che l'affermazione era insensata. Se Ramanujan fosse stato più istruito, sarebbe stato ancora più straordinario di quanto già non fosse. Hardy dovette insegnargli una parte di matematica informale, come se Ramanujan fosse un candidato per una borsa di studio al Winchester. Disse poi che questa fu l'esperienza più singolare della sua vita: che effetto faceva la matematica moderna a un uomo che malgrado la sua profonda capacità di intuizione, letteralmente non ne aveva quasi mai sentito parlare?

In ogni modo, produssero insieme cinque lavori di altissima qualità, in cui Hardy diede prova di una grande originalità personale. (Si conoscono meglio i particolari di questa collaborazione che non di quella tra Hardy e Littlewood.) La generosità e l'immaginazione, una volta tanto, furono pienamente ricompensate.

Questa è una storia di umana virtù. Chi aveva cominciato a comportarsi bene, continuò a comportarsi sempre meglio. Fa piacere ricordare che l'Inghilterra diede a Ramanujan tutti gli onori possibili. Fu eletto fellow della Royal Society a trent'anni (il che, anche per un matematico, è molto presto). Anche il Trinity lo elesse fellow nello stesso anno. Fu il primo indiano a ottenere entrambi i riconoscimenti, e ne fu amabilmente grato. Ma presto si ammalò. Ed era difficile, in piena guerra, trasportarlo in un clima più mite.

Hardy andò spesso a trovarlo, mentre si stava spegnendo nell'ospedale di Putney. Fu in una di queste visite che accadde l'episodio che ho citato prima. Hardy era andato a Putney in taxi, il suo mezzo di trasporto preferito. Entrò nella stanza di Ramanujan e, come sempre incapace di av-

viare la conversazione, gli disse, probabilmente senza un saluto, e certamente come prima osservazione: «Mi pare che il numero del mio taxi fosse 1729. Mi sembra un numero piuttosto insulso.» Al che Ramanujan replicò: «Ma no Hardy! Ma no! È un numero molto interessante. È il più piccolo numero esprimibile come somma di due cubi in due modi.»[13]

Questo il dialogo, come l'ha riferito Hardy, e deve essere sostanzialmente esatto. Era un uomo molto sincero, e poi non è una storia che ci si può inventare.

Tornato a Madras, Ramanujan morì di tubercolosi, due anni dopo la fine della guerra. Come scrisse Hardy nell'*Apologia*, nella sua rassegna dei matematici: «Galois è morto a ventun anni, Abel a ventisette, Ramanujan a trentatré, Riemann a quaranta... Non conosco un solo esempio di una grande scoperta matematica che sia dovuta a un uomo di più di cinquant'anni.»

Se non ci fosse stata la collaborazione con Ramanujan, il periodo della guerra del 1914-18 sarebbe stato più buio per Hardy. E fu già abbastanza buio. Gli lasciò una ferita che si riaprì quando scoppiò la seconda guerra mondiale. Per tutta la vita, fu un uomo di opinioni radicali, ma di un radicalismo intriso dell'illuminismo di fine Ottocento. A quelli della mia generazione, a volte, sembrava che respirasse un'aria più leggera, più innocente di quella che conoscevamo noi.

Come molti dei suoi amici intellettuali dell'epoca edoardiana, aveva una grande simpatia per la Germania. Dopo tutto, la Germania era stata il motore culturale del XIX secolo. Erano state le università tedesche a insegnare il significato della ricerca scientifica all'Europa orientale, Russia compresa, e agli Stati Uniti. Hardy non era tanto attratto dalla filosofia o dalla letteratura tedesche, aveva gusti troppo classici in proposito, ma per molti aspetti, la cultura tedesca, così come la legislazione, gli sembravano superiori a quelle inglesi.

A differenza di Einstein, che aveva un senso molto più

marcato della vita politica, Hardy non aveva un'esperienza diretta della Germania guglielmina. E sebbene fosse pochissimo vanitoso, non sarebbe stato umano che non provasse piacere nel sapersi più apprezzato in Germania che nel suo paese. C'è un aneddoto divertente che risale a questo periodo. Hilbert, uno dei più grandi matematici tedeschi, venne a sapere che Hardy, al Trinity, viveva in un alloggio non particolarmente gradevole (stava difatti alla Whewell's Court). Hilbert scrisse subito al Rettore e gli fece cortesemente notare che Hardy era il migliore matematico, non solo di Cambridge, ma di tutta l'Inghilterra, e che quindi aveva diritto agli alloggi migliori.

Quindi Hardy, come Russell e molti della migliore intelligenza di Cambridge, non riteneva giusto che si dovesse combattere quella guerra; inoltre, con la sua radicata sfiducia nei confronti degli uomini politici inglesi, pensava che il torto pendesse tutto dalla parte inglese. Non riuscendo a trovare un argomento soddisfacente in favore dell'obiezione di coscienza — il suo rigore intellettuale era troppo forte — si arruolò come volontario in base al piano Derby,[14] ma fu riformato per motivi di salute. E finì col sentirsi sempre più isolato nel rumoroso ardore guerriero che si era diffuso in buona parte del Trinity.

Russell fu sospeso dall'insegnamento, in condizioni di arroventata complessità (fu Hardy che diede l'unico resoconto circostanziato del caso, un quarto di secolo dopo, quasi per consolarsi durante la successiva guerra mondiale). I suoi amici più cari erano partiti per il fronte. Littlewood si occupava di balistica come sottotenente della Royal Artillery. La sua allegra indifferenza gli valse il merito speciale di rimanere sottotenente per tutti i quattro anni del conflitto. La loro collaborazione si inceppò, ma non cessò del tutto. Fu nel lavoro con Ramanujan che Hardy trovò conforto durante le aspre dispute all'università.

Mi è capitato di pensare che, per una volta, Hardy non fosse molto giusto verso i suoi colleghi. Alcuni avevano perso la testa, come succede in tempo di guerra, ma altri

avevano mantenuto l'autocontrollo e cercavano di conservare rapporti civili. Dopo tutto, fu una prova di grande correttezza da parte di questi accademici eleggere fellow il suo protetto Ramanujan, in un periodo in cui Hardy parlava a mala pena con alcuni di loro e aveva rotto con tutti gli altri.

Ciononostante era profondamente infelice. Appena poté, lasciò Cambridge. Nel 1919 gli venne offerta una cattedra a Oxford, ed egli entrò immediatamente nel periodo più felice della sua vita. Aveva già fatto grandi cose con Ramanujan e Littlewood, ma solo ora la collaborazione con Littlewood dimostrò tutte le sue potenzialità. Secondo le parole di Newton, «quanto a invenzione creativa» Hardy era «nel fiore degli anni», e questo avveniva quando aveva già compiuto quarant'anni, cioè eccezionalmente tardi per un matematico.

Arrivando così tardi, quest'ondata creativa gli diede la sensazione — per lui più importante che per altri — dell'eterna giovinezza. Conduceva la vita di un giovanotto, secondo la sua vera natura. Giocava sempre più spesso a real tennis, diventando sempre più bravo (era uno sport costoso che sottraeva una fetta consistente delle entrate di un professore). Visitò a più riprese le università americane, e il paese lo conquistò. Fu uno dei rari inglesi del suo tempo a cui piacessero in modo quasi uguale gli Stati Uniti e l'Unione Sovietica. Fu sicuramente l'unico inglese del suo tempo (o di tutti i tempi) che scrisse ai responsabili della Lega americana del baseball per proporre con grande serietà una modifica tecnica a una regola di gioco. Gli anni Venti, per lui, come per la maggior parte dei *liberals* della sua generazione, furono una falsa aurora. Pensava che l'orrore della guerra fosse stato spazzato via, relegato nel passato.

Al New College si sentì a suo agio come a Cambridge non si era mai sentito. Il clima di Oxford, accogliente, familiare, adatto alla conversazione, era quello che ci voleva per lui. Fu lì, in un college allora piccolo e intimo, che

poté perfezionare il suo gusto per la conversazione. Aveva un uditorio che chiedeva soltanto di ascoltarlo, che accettava le sue eccentricità, che si rendeva conto che non era soltanto un grand'uomo e un uomo buono, ma anche spassoso. Che avesse voglia di fare giochi di parole, oppure veri giochi (anche se bizzarri) sul campo di cricket, aveva sempre pronte innumerevoli spalle. In modo semplice e umano, lo trattavano con molto riguardo. Era stato ammirato e stimato anche prima, ma mai assecondato in quel modo.

Nessuno sembrava preoccuparsi — era un pettegolezzo che divertiva il college — del fatto che tenesse una grande fotografia di Lenin nella sua stanza. Le opinioni radicali di Hardy non erano molto sistematiche, ma erano autentiche. Come ho già detto, Hardy proveniva da una famiglia di insegnanti e aveva passato quasi tutta la sua vita in mezzo all'alta borghesia; in realtà si comportava molto più come un aristocratico e, più esattamente, come la proiezione romantica dell'aristocratico. Parte di questo atteggiamento lo aveva forse acquisito stando col suo amico Bertrand Russell, ma per il resto gli era innato. Sotto la timidezza, era di una suprema disinvoltura.

Si trovava bene, ma senza condiscendenza o superiorità, con i poveri, gli infelici, i timidi, con quelli che erano svantaggiati per motivi di razza (la scoperta di Ramanujan fu un segno del destino). Preferiva questo tipo di persone a quelle che definiva i "grandi sederi". Questa definizione era più psicologica che anatomica per quanto, nel Trinity del XIX secolo, circolasse un famoso aforisma dovuto a Adam Sedgwick:[15] «In questo mondo nessuno ha mai fatto strada senza un grande sedere». Per Hardy i grandi sederi erano i borghesi inglesi imperialisti, prosperosi e sicuri di sé. Nella definizione erano compresi quasi tutti i vescovi, i presidi, i magistrati e tutti i politici, con l'unica eccezione di Lloyd George.

Fu solo per manifestare le sue simpatie che accettò una carica pubblica. Per due anni (1924-26) fu presidente del-

l'Associazione dei Lavoratori Scientifici. Commentò con sarcasmo che era curioso che avessero scelto proprio lui, che era "il membro meno pratico della professione meno pratica che ci sia al mondo". Ma nelle cose importanti non mancava affatto di spirito pratico. Affrontava le situazioni, non esitava a esporsi. Quando, molto più tardi, ebbi l'occasione di lavorare con Frank Cousins, mi diede una certa tranquillità il pensiero che i miei due amici che avevano ricoperto delle cariche nel movimento sindacale erano lui e G.H. Hardy. Nella Oxford degli anni Venti, quella tarda estate, anche se non proprio di san Martino, fu un periodo così felice, che tutti dubitavamo che sarebbe mai tornato a Cambridge. Come invece fece nel 1931, probabilmente per due ragioni. La prima, e quella decisiva, fu per motivi professionali. Cambridge era ancora il centro della matematica inglese, e la prima cattedra di matematica era il posto giusto per un grande professionista come lui. In secondo luogo, e stranamente, stava pensando alla vecchiaia. I college di Oxford, per molti versi così umani e accoglienti, erano impietosi con i vecchi: se Hardy fosse rimasto al New College, non appena avesse dovuto lasciare la cattedra per limiti di età, gli avrebbero tolto l'alloggio. Mentre se tornava al Trinity, poteva restarci fino alla morte. E fu ciò che accadde.

Quando tornò a Cambridge — fu allora che lo conobbi — erano gli ultimi bagliori del suo periodo di gloria. Era ancora felice e ancora fecondo, meno che negli anni Venti, ma sufficientemente per sentire che aveva ancora il potere di creare. Era ancora molto spiritoso, come lo era stato al New College. Potemmo quindi vederlo nella sua forma migliore.

D'inverno, dopo che eravamo diventati amici, ci invitavamo a cena, una volta ogni quindici giorni, nei nostri rispettivi college. Quando veniva l'estate, si era convenuto che ci saremmo incontrati al campo di cricket; tranne che in qualche occasione particolare, la mattina era ancora dedicata alla matematica e al Fenner non arrivava che dopo

pranzo. Faceva il giro della pista col suo passo lungo, cadenzato, ondeggiante (era asciutto e sottile, fisicamente attivo anche alle soglie dei sessant'anni, e giocava ancora a tennis), con la testa bassa, i capelli, la cravatta, la giacca, le carte, tutto che svolazzava al vento, una figura che attirava l'attenzione di tutti. «Scommetto che quello è un poeta greco», disse un giorno un faceto agricoltore mentre Hardy passava davanti al tabellone dove si segnano i punti. Raggiungeva il suo posto preferito, di fronte alla tribuna, per non perdere neanche un raggio di sole, era un patito eliotropico. E per costringere il sole a brillare ricorreva a un trucco: anche nei più bei pomeriggi di maggio si portava dietro quella che lui chiamava la sua "batteria anti-Dio", e cioè tre o quattro maglioni, un ombrello, che era di sua sorella, una grande busta che conteneva dei manoscritti di matematica (una tesi di dottorato, una pubblicazione su cui doveva esprimere un giudizio per la Royal Society, o le prove d'esame del Tripos). Ai suoi conoscenti spiegava che Dio, credendo che lui si aspettasse di veder cambiare il tempo e si mettesse così a lavorare, faceva in modo che il cielo restasse senza nuvole per fargli dispetto.

Si sedeva al suo posto, e perché la gioia di passare un pomeriggio intero a guardare il cricket fosse completa, ci volevano il sole e un compagno con cui condividerla. La tecnica, le tattiche, la bellezza formale, queste erano le attrattive che il gioco esercitava su di lui. Non cercherò di spiegarle, sono incomprensibili per un profano, proprio come certi aforismi classici di Hardy sono inspiegabili se non si conosce il linguaggio del cricket o della teoria dei numeri, o preferibilmente tutti e due. Per il diletto di molti nostri amici, si interessava anche alla commedia umana.

Sarebbe stato il primo a non riconoscere a se stesso nessuna speciale perspicacia psicologica. Ma era un uomo estremamente intelligente, che aveva vissuto sempre con gli occhi aperti, aveva letto molto, e si era formato un'idea complessiva della natura umana, un'idea solida, indul-

gente, satirica, totalmente esente da vanità morale. Era di un raro candore spirituale (dubito che si possa essere più candidi di così) e provava un orrore sprezzante per la pretenziosità, l'indignazione farisaica, e per tutto il maestoso armamentario degli ipocriti virtuosi. Il cricket, che è uno dei giochi più belli, è anche uno dei più ipocriti. Viene considerato una delle massime espressioni dello spirito di squadra. Si dovrebbe infatti preferire non segnare neanche un punto, ma veder vincere la propria squadra, che segnarne 100, e vederla perdere. (Un grandissimo giocatore che, come Hardy, era sincero in modo disarmante, un giorno confessò tranquillamente che non era mai riuscito a provare un sentimento simile.) Quest'etica speciale scatenava il senso del ridicolo di Hardy il quale, come risposta, enunciava una serie di massime che la controbilanciassero. Per esempio:

«Il cricket è l'unico sport in cui si gioca contro undici uomini della squadra avversaria e dieci della propria.»

«Se quando si entra in campo si è nervosi, niente ridà tanta fiducia quanto veder un altro giocatore uscire.»

Con un po' di fortuna, i suoi ascoltatori potevano godere di altre battute, che non riguardavano solo il cricket, sia nella conversazione che nei suoi scritti. L'*Apologia* contiene degli esempi caratteristici. Eccone degli altri:

«Non vale mai la pena che un uomo di prim'ordine sprechi il suo tempo a sostenere l'opinione della maggioranza. Per definizione, ce ne sono già tanti altri che se ne fanno carico.»

«Nei miei primi anni di università si poteva, se si era sufficientemente anticonformisti, affermare che Tolstoi, come romanziere, arrivava quasi all'altezza di George Meredith,[16] ma che, naturalmente, nessun altro poteva arrivarci.» (Questo si riferiva alle ubriacature allora di moda: non bisogna dimenticare che viveva in una delle più brillanti generazioni che Cambridge abbia mai conosciuto.)

«In ogni impresa seria, l'intelligenza è una dote trascurabile».

«È giusto che i giovani siano vanitosi, ma non c'è bisogno che siano imbecilli.» (Questo lo disse dopo che qualcuno aveva cercato di convincerlo che *Finnegans Wake* era un capolavoro assoluto.)

«Ogni tanto è necessario dire delle cose difficili, ma bisognerebbe dirle nel modo più semplice di cui si è capaci».

Certe volte, durante le partite di cricket, l'attenzione con cui seguiva il gioco diminuiva. Allora ci obbligava a formare delle squadre: squadre di ciarlatani, di soci dei circoli più esclusivi, di falsi poeti, di scocciatori, squadre con giocatori i cui nomi cominciassero per HA (primo e secondo, Hadrian e Hannibal), o per SN, o tutte le "squadre ideali" del Trinity, o del Christ, e così via. In questi giochi mi trovavo in svantaggio: provate a immaginare una squadra formata da campioni mondiali i cui nomi comincino tutti per SN! La squadra ideale del Trinity ha una superiorità schiacciante (Maxwell, Byron, Thackeray, Tennyson non sono neanche sicuri di entrarci), mentre quella del Christ, che parte fortissima con Milton e Darwin, ha ben poco da offrire a partire dal terzo in poi.

Aveva un altro passatempo preferito. «Date il voto a quel tizio che abbiamo conosciuto ieri sera», diceva, e dovevamo assegnargli un punteggio fra lo zero e il cento, inserendolo in ognuna delle categorie che Hardy aveva da tempo inventato e definito. AUSTERO, TETRO («un uomo austero non è necessariamente tetro, ma tutti gli uomini tetri, senza eccezione alcuna, vogliono essere considerati austeri»), SPENTO, VECCHIO BRANDY, SPIN e qualche altro. AUSTERO, TETRO e SPENTO si spiegano da soli (il Duca di Wellington avrebbe ottenuto 100 punti tondi tondi per AUSTERO e TETRO, e 0 per SPENTO). VECCHIO BRANDY era una categoria che proveniva da un personaggio mitico che affermava di non bere altro che vecchio brandy. Perciò, per estensione, l'espressione designava gusti eccentrici, esoterici, ma ancora nei limiti della ragionevolezza. Come personaggio (e per Hardy, non per me, anche come scrittore) Proust riceveva voti alti per VECCHIO

BRANDY; e anche F.A. Lindemann[17] (poi Lord Cherwell).

L'estate passava. Dopo una breve stagione di cricket a Cambridge, c'era il campionato universitario. Non era sempre facile combinare un appuntamento con Hardy a Londra, perché come ho già detto, aveva una diffidenza patologica per tutti i congegni meccanici (non portava mai l'orologio) e in modo particolare per il telefono. Nelle sue stanze al Trinity o nell'appartamento di St.George's Square, assumeva un tono di riprovazione e un'aria sinistra quando diceva: «Se proprio *ti attrae* il telefono, ce n'è uno, nell'altra stanza.» Una volta, per un caso urgente, mi dovette telefonare e la sua voce mi arrivò rabbiosa: «Non ascolterò una sola parola di quello che dirai, quindi appena finito riattaccherò immediatamente. Bisogna assolutamente che tu venga stasera fra le nove e le dieci.» Clic.

Eppure arrivava sempre puntuale agli incontri del campionato dell'università. Era là che era più spumeggiante, anno dopo anno. Circondato da amici, uomini e donne, liberato della sua timidezza, era al centro dell'attenzione di tutti noi, cosa che non gli dispiaceva. Certe volte le risate del nostro gruppo si sentivano fino a metà campo.

In quegli ultimi anni di felicità, tutto quello che faceva aveva la leggerezza della grazia, dell'ordine e del senso dello stile. Il cricket è un gioco di grazia e di ordine, ed è per questo che vi trovava una bellezza formale. La sua opera matematica, mi è stato detto, ha posseduto fino alla fine le stesse qualità estetiche. Credo di aver dato l'impressione che, in privato, fosse un conversatore straordinario. In una certa misura era vero; ma nelle occasioni che egli avrebbe chiamato "non banali" (cioè le occasioni importanti per l'uno o per l'altro degli interlocutori) sapeva essere anche un ascoltatore serio e concentrato. Delle altre personalità che ho conosciuto, in frangenti diversi, nella stessa epoca, Wells era, complessivamente, un ascoltatore meno attento di quanto ci si sarebbe aspettati, Rutherford nettamente migliore e Lloyd George uno dei migliori che siano mai esistiti. Hardy non dava l'impressio-

ne, come Lloyd George, di assorbire dalle parole altrui le impressioni e la conoscenza degli altri, ma la mente di Hardy era a vostra disposizione. Quando, qualche anno prima che lo scrivessi, sentì parlare del progetto de *I maestri*,[18] mi sottopose a un interrogatorio, per cui fui io a parlare di più. Mi diede delle buone idee. Avrei voluto che potesse leggere il libro: penso che gli sarebbe piaciuto. In ogni modo, fu con questa speranza che lo dedicai alla sua memoria.

Nella nota alla fine dell'*Apologia*, Hardy accenna ad altre discussioni. Una di queste durò a lungo e, a volte, fu burrascosa da entrambe le parti. Sulla seconda guerra mondiale avevamo tutti e due delle opinioni appassionate ma, come spiegherò fra poco, radicalmente divergenti. Non riuscii a smuoverlo di un millimetro dalle sue. Tuttavia, benché fossimo separati da un mare di emozioni, sul piano razionale lui riconosceva le mie ragioni. E questo si verificava in tutte le discussioni che avevo con lui.

Durante gli anni Trenta, aveva vissuto la sua versione personale della vita di un giovane. Poi bruscamente fu spezzata. Nel 1939, ebbe una trombosi alle coronarie. Si riprese, ma il real tennis, lo squash, le attività fisiche che adorava, erano finite per sempre. La seconda guerra mondiale, come già la prima, lo incupì ancora di più. Le considerava crisi ricorrenti di pazzia, di cui eravamo tutti colpevoli. Quando fu chiaro che l'Inghilterra sarebbe sopravvissuta, non poté riconoscersi in questa guerra più di quanto avesse potuto farlo nel 1914. Uno dei suoi amici più cari morì tragicamente. In più — e sono certo che tutti questi dolori erano collegati — il suo potere creativo di matematico a sessant'anni si era esaurito.

Ecco perchè l'*Apologia di un matematico*, se la si legge con l'attenzione testuale che merita, è un libro di una tristezza ossessionante. Sì, certo, è spiritosa e brilla di acutezza intellettuale; certo, la cristallina chiarezza e il candore non sono scomparsi; certo, è il testamento di un artista creativo. Ma è anche, in modo stoicamente sfumato, un

appassionato lamento per la perdita di un potere creativo che c'era e che non tornerà più. Non c'è niente di simile nella letteratura: probabilmente perché la maggior parte di quelli che sono dotati di capacità letterarie per esprimere un tale lamento non giungono a provare questo sentimento: è molto raro che uno scrittore si renda conto dell'irrevocabile verità di essere assolutamente finito.

Vedendolo in quegli anni, non potevo fare a meno di pensare che stava pagando cara la sua vita da giovanotto. Era come vedere un grande atleta, per anni all'apice della gloria e della giovinezza, molto più giovane e più gioioso di tutti noi, dover improvvisamente ammettere che il dono è perduto. Accade spesso di incontrare dei grandi atleti che sono, come si suol dire, finiti: i piedi si appesantiscono rapidamente (gli occhi spesso durano più a lungo), i colpi non partono più, Wimbledon è un luogo tremendo: le folle vanno a vedere qualcun altro. È il momento in cui molti atleti si mettono a bere. Hardy non si diede al bere, ma si lasciò prendere da una specie di disperazione. Fisicamente si ristabilì abbastanza per riuscire a scambiare per dieci minuti qualche palla a tennis, o per giocare alle bocce del Trinity, un gioco al quale aveva apportato un miglioramento attraverso un complicato sistema di handicap. Ma era diventato difficile risvegliare il suo interesse per qualche cosa, un interesse solo tre o quattr'anni prima così spumeggiante che a volte ci sfiancava tutti. «Nessuno ha il diritto di annoiarsi», era stato uno dei suoi assiomi. «Si può essere orripilati, o disgustati, ma non annoiati.» Eppure, adesso era proprio quello che provava: noia, pura e semplice.

Fu per quella ragione che alcuni suoi amici, me compreso, lo incoraggiarono a scrivere la storia di Bertrand Russell e del Trinity durante la guerra del 1914-18. Quelli che ignoravano quanto Hardy fosse depresso, trovavano l'episodio ormai troppo lontano, tanto che non valeva la pena resuscitarlo. Ma la verità era che avere uno scopo qualsiasi gli ridava vita. Il libro ebbe solo una diffusione

privata. Non fu mai accessibile al pubblico, ed è un peccato, perché, in piccola scala, porta un contributo alla storia accademica.

Cercai di persuaderlo a scrivere un altro libro, che in tempi più felici, mi aveva promesso di fare. Doveva intitolarsi *A Day at the Oval*[19] e doveva trattare di lui che guardava il cricket per un'intera giornata, e che si diffondeva in dissertazioni sul gioco, la natura umana, i suoi ricordi, la vita in generale. Poteva diventare un piccolo classico eccentrico, ma non fu mai scritto.

Non gli fui di grande aiuto in quegli ultimi anni. Ero molto assorbito in un incarico per il Ministero della guerra, ero preoccupato e spesso stanco, e dovevo fare uno sforzo per andare a Cambridge. Ma avrei dovuto farlo più spesso. Devo ammettere, con rimorso, che nella nostra amicizia c'era qualcosa che non andava, anche se non era grave. Mi aveva prestato il suo appartamento a Pimlico durante tutta la guerra; era un appartamentino buio e mal ridotto che dava sui giardini di St.George's Square, ma che secondo lui aveva un fascino da "vecchio brandy". Ma non gli piaceva che io fossi impegnato fino a quel punto. Le persone che lui stimava non dovevano assumersi compiti militari. Non mi chiedeva mai niente del mio lavoro. Non voleva parlare della guerra. Da parte mia, io non avevo pazienza e non gli dimostravo nessuna o pochissima considerazione. Dopo tutto, pensavo, non facevo quel lavoro per divertirmi: siccome dovevo farlo, tanto valeva farlo al meglio. Ma non era una scusa valida.

Alla fine della guerra non ritornai a vivere a Cambridge. Lo andai a trovare parecchie volte nel 1946. Era ancora depresso, fisicamente era in declino, gli mancava il respiro dopo pochi passi. La lunga, allegra passeggiata che facevamo attraverso Parker's Piece dopo la fine delle partite era solo un ricordo: dovevo riaccompagnarlo a casa al Trinity in taxi. Era contento che avessi ricominciato a scrivere libri: la vita creativa era la sola degna di un uomo serio. Quanto a lui, avrebbe desiderato di rivivere la sua vita

creativa, senza niente di più: ma la sua vita era finita.

Non sto citando le sue parole esatte. Quello che diceva era così insolito per lui che volevo dimenticarlo, e cercavo, per una specie di ironia, di cancellarlo non appena l'aveva detto; quindi, non l'ho mai ricordato con precisione. Ho tentato di allontanarlo da me come se fosse un abbellimento retorico.

Al principio dell'estate del 1947, mentre facevo colazione, suonò il telefono. Era la sorella di Hardy: lui stava molto male, potevo andare subito a Cambridge? e passare prima al Trinity? Lì per lì non colsi il significato della seconda richiesta, ma obbedii, e nella portineria del Trinity trovai un biglietto di lei: dovevo andare da Donald Robertson che mi stava aspettando.

Donald Robertson, il professore di greco, era amico intimo di Hardy. Faceva parte, come lui, dell'élite progressista ed elegante della Cambridge edoardiana. Fra l'altro, era uno dei pochi che chiamasse Hardy per nome. Mi accolse quietamente. La giornata, dietro le finestre della sua stanza, era calma e c'era il sole. Mi disse:

«Bisogna che tu sappia che Harold ha cercato di uccidersi.»

Sì, era fuori pericolo; per il momento stava bene, se si poteva usare quel termine. Ma Donald che, anche se in modo meno marcato, era altrettanto franco di Hardy aggiunse: era un peccato che il tentativo fosse fallito. La salute di Hardy era peggiorata; non gli restava, in ogni modo, molto da vivere; faceva una fatica tremenda a camminare, anche per andare dalla sua stanza alla sala da pranzo. Aveva fatto una scelta perfettamente cosciente. Non poteva sopportare di vivere in quelle condizioni: non aveva senso. Si era procurato un bel po' di barbiturici, aveva cercato di fare le cose per bene, ma ne aveva presi troppi.

Donald Robertson mi piaceva molto, anche se l'avevo incontrato solo nei ricevimenti o a cena al Trinity; questa era la prima volta che ci parlavamo in confidenza. Disse, con gentile fermezza, che dovevo venire a trovare Hardy

più spesso che potevo. Sarebbe stato duro, ma era un dovere. Probabilmente non sarebbe durato a lungo. Eravamo tutti e due desolati. Lo salutai e non lo rividi più.

Alla clinica Evelyn trovai Hardy a letto. Per ironia della sorte, aveva un occhio nero. Quando aveva vomitato per effetto dei barbiturici aveva sbattuto la testa contro il lavandino del gabinetto. Si prendeva in giro: aveva combinato un bel disastro. Se n'era mai visto uno simile? Dovetti adeguarmi al suo desiderio di fare del sarcasmo. Non mi ero mai sentito meno propenso a fare del sarcasmo, ma dovetti stare al gioco. Parlai di altri illustri tentativi di suicidio mancati. Per esempio quelli dei generali tedeschi nell'ultima guerra. Beck, Stulpnagel, avevano dimostrato una notevole incompetenza in materia. Mi sembrava strano dire quelle cose. E il fatto curioso è che sembravano tirarlo su.

Da allora andai a Cambridge almeno una volta alla settimana. Temevo quegli incontri, ma un po' più avanti, mi disse che non vedeva l'ora che io arrivassi. Quasi ogni volta che ci vedevamo, parlava un po' della morte. La desiderava, non la temeva. Cosa c'era da temere dal nulla? Aveva ritrovato il suo duro stoicismo intellettuale. Non avrebbe più cercato di uccidersi. Non sapeva farlo bene. Era disposto ad aspettare. Con un'incoerenza che avrebbe potuto addolorarlo — perché, come tutti quelli del suo ambiente, credeva nella razionalità in una misura che io ritenevo irrazionale — dimostrava una intensa curiosità da ipocondriaco per i suoi sintomi. Controllava continuamente l'edema che aveva alle caviglie: erano più gonfie dell'ultima volta che l'avevo visto?

Più che altro, però — circa cinquantacinque minuti per ogni ora che passavo con lui —, dovevo parlare di cricket. Era la sua unica consolazione. Dovevo fingere una dedizione al gioco che non sentivo più da tempo: infatti già negli anni Trenta la mia passione si era intiepidita, tranne che per il piacere della sua compagnia. Adesso dovevo studiarmi i risultati delle partite con la stessa attenzione

di quand'ero studente. Lui non poteva leggerli ma, se avessi bluffato, se ne sarebbe accorto. Qualche volta, per poco, si riaccendeva la sua antica vivacità. Ma se ero a corto di argomenti o di novità, restava inerte, in quella specie di oscura solitudine che afferra alcuni prima di morire.

Una volta o due cercai di scuoterlo. Non sarebbe valsa la pena, anche se era un rischio, che andassimo insieme a vedere una partita di cricket? Adesso me la passavo meglio di prima, dissi. Potevo offrirgli un taxi, il suo vecchio amato mezzo di trasporto, e potevamo andare in qualsiasi campo di cricket, quello che preferiva. Allora si illuminava, ma obbiettava che potevo ritrovarmi con un morto fra le braccia. Rispondevo che ero pronto all'evenienza. Pensavo che si sarebbe potuto fare: sapevamo tutti e due che la sua morte non era che una questione di mesi e volevo vedergli passare un pomeriggio in uno stato d'animo simile alla gaiezza. Alla mia visita successiva scosse la testa con tristezza e collera. No, non si poteva neanche tentare, non aveva senso.

Era già abbastanza difficile per me dover parlare di cricket. Era ancora più difficile per sua sorella, una donna affascinante e intelligente che non si era mai sposata e che aveva passato gran parte della sua vita a prendersi cura di lui. Con un'abilità piena di humour, non dissimile da quella di lui, raccoglieva ogni piccolo ragguaglio di informazioni sul cricket che riusciva a trovare, anche se non aveva mai saputo come si giocava.

In un paio di circostanze proruppe all'improvviso il suo amore sarcastico per la commedia umana. Due o tre settimane prima della morte, aveva saputo che avrebbe ricevuto la più alta onorificenza della Royal Society, la medaglia Copley. Col suo sorriso mefistofelico, che rivedevo per la prima volta dopo tanti mesi in tutto il suo splendore, disse: «Adesso so che devo essere molto vicino alla fine. Quando si affrettano a darti titoli onorifici, non c'è che una conclusione da trarre.»

Dopo questa riflessione, penso di averlo visto ancora

due volte e l'ultima fu quattro o cinque giorni prima che morisse. C'era una nazionale sperimentale indiana che giocava in Australia e parlammo di quello.

Fu in quella stessa settimana che disse a sua sorella: «Se anche sapessi di morire oggi, penso che avrei ancora voglia di sentire i risultati del cricket.»

Gli accadde qualcosa di molto simile. Ogni sera di quella settimana, prima di lasciarlo, sua sorella gli leggeva un capitolo di una storia del cricket nell'Università di Cambridge. Uno di quei capitoli conteneva le ultime parole che sentì, perché morì improvvisamente, una mattina all'alba.

C.P.S.

Note

1. D. Lloyd George (1863-1945), capo del partito liberale inglese, Ministro della guerra e Primo ministro (1916-1922). Ebbe un ruolo importante alla Conferenza di Versailles.

2. John E. Littlewood (1885-1977), matematico inglese, membro del Trinity College. Professore all'Università di Manchester dal 1907, nel 1910 tornò a Cambridge dove rimase fino al 1950, anno in cui andò in pensione. Collaborò regolarmente con Hardy, cui spettava la stesura definitiva degli articoli.

3. Srinivasa Ramanujan (1887-1920), matematico indiano. Praticamente autodidatta, a ventisei anni entrò in corrispondenza con Hardy che lo aiutò a trasferirsi in Inghilterra. Pubblicò numerosi articoli scientifici e lasciò molto materiale inedito. Fu membro della Royal Society.

4. L. Infeld (1898-1968), fisico polacco, amico e collaboratore di Einstein.

5. *Wrangler* è il candidato che all'esame del Tripos si classifica nella prima classe (il primo è *Senior Wrangler*, il secondo *Second Wrangler* ecc.). *Senior Classic* è il primo classificato nelle materie letterarie.

6. Esame in due parti che all'Università di Cambridge assegnava il titolo di Bachelor of Arts (in matematica, in lettere ecc.).

7. Al Lord, il più grande campo di cricket di Londra, la Nursery (vivaio) è il terreno riservato all'allenamento degli allievi.

8. A.E.H. Love (1863-1940), matematico inglese, studiò a Cambridge e insegnò a Oxford.

9. C. Jordan (1838-1922), matematico francese, autore di un famoso *Cours d'Analyse* in 3 volumi (1881-1887).

10. D. G. Bradman, australiano, e J. B. Hobbs, inglese, sono i due più famosi battitori della storia del cricket. Entrambi furono nominati sir per meriti sportivi.

11. Antica forma di tennis che si gioca al chiuso, in un campo delimitato da alti muri.

12. P. Kapitsa (1894-1984), fisico sovietico, premio Nobel 1978. Lavorò a lungo al Cavendish Laboratory di Cambridge con E. Rutherford.

13. $1729 = 1^3 + 12^3 = 10^3 + 9^3$.

14. Piano di rafforzamento dell'esercito inglese, basato sull'arruolamento volontario e formulato nel 1916 dal conte di Derby (1865-1948).

15. A. Sedgwick (1785-1873), geologo inglese, membro del Trinity College.

16. G. Meredith (1828-1909), poeta e romanziere inglese.

17. F.A. Lindemann (1886-1957), fisico inglese di origine tedesca. Si adoperò per far trasferire in Inghilterra gli scienziati tedeschi perseguitati dai nazisti.

18. Il romanzo *The Masters* fu pubblicato da Snow nel 1951.

19. The Oval è un famoso campo di cricket di Londra.

Apologia di un matematico

Introduzione

Voglio esprimere la mia gratitudine per le numerose e preziose critiche al professor C.D. Broad e al dottor C.P. Snow, che hanno entrambi letto il manoscritto originale. Nel testo definitivo ho inserito la sostanza di quasi tutti i loro suggerimenti, eliminando così parecchie imperfezioni e oscurità.

In un solo caso ho fatto un uso diverso dei loro suggerimenti. Il paragrafo 28 si basa su un breve articolo, scritto nei primi mesi di quest'anno per «Eureka» (la rivista della Cambridge Archimedean Society), che non sono riuscito a ritoccare, forse perché l'avevo scritto da troppo poco tempo e con molta cura. Inoltre, se avessi voluto affrontare seriamente delle critiche così importanti, avrei dovuto sviluppare troppo questa parte col rischio di distruggere l'equilibrio dell'intero saggio. L'ho quindi lasciato com'era, aggiungendo solo un breve riepilogo delle critiche in una nota alla fine del libro.

G.H.H.

18 luglio 1940

1

Per un matematico di professione è un'esperienza melanconica mettersi a scrivere sulla matematica. La funzione del matematico è quella di fare qualcosa, di dimostrare nuovi teoremi e non di parlare di ciò che è stato fatto da altri matematici o da lui stesso. Gli uomini politici disprezzano i giornalisti, i pittori disprezzano i critici d'arte, i fisiologi, i fisici e i matematici hanno, in genere, un sentimento analogo. Non c'è disprezzo più profondo né, tutto sommato, più giustificato di quello che gli uomini "che fanno" provano verso gli uomini "che spiegano". Esposizione, critica, valutazione sono attività per cervelli mediocri.

Ricordo di aver affrontato questa questione in una delle rare conversazioni serie che ho avuto con Housman[1]. In una conferenza su Leslie Stephen, intitolata *Il nome e la natura della poesia*, Housman aveva negato con molta enfasi di essere "un critico". Ma lo aveva fatto in un modo che mi era sembrato singolarmente contorto, rivelando per l'attività del critico letterario un'ammirazione che mi aveva sorpreso e scandalizzato. Aveva iniziato citando la sua lezione inaugurale pronunciata ventidue anni prima:

> Non so dire se il talento per la critica letteraria sia il più grande dono del cielo. Tuttavia il cielo sembra essere di questo parere, poiché indubbiamente lo elargisce con la massima parsimonia. Gli oratori e i poeti..., anche se non s'incontrano così spesso come le piante di more, sono certo più frequenti dei ritorni della cometa di Halley: i critici letterari lo sono ancor meno...

E aveva proseguito:

> In questi ventidue anni, sotto alcuni aspetti sono migliorato ma sotto altri sono peggiorato. Ma non sono progredito abbastanza per diventare un critico letterario, né sono abbastanza regredito per credere di esserlo diventato.

Mi parve deplorevole che un grande erudito e un buon poeta come Housman avesse potuto dire una cosa simile; qualche settimana dopo, trovandomi accanto a lui nella sala dei professori, glielo dissi francamente. Pensava davvero che le sue parole dovessero essere prese sul serio? Credeva veramente che la vita di un critico, per quanto grande, fosse paragonabile a quella di uno studioso o di un poeta? Ne discutemmo durante tutta la cena e mi sembrò che alla fine fosse d'accordo con me. Non voglio qui rivendicare una superiorità dialettica su un uomo che ormai non può più contraddirmi; ma le sue risposte finali furono «Forse non del tutto», alla prima domanda, e «Probabilmente no», alla seconda.

Possono restare dei dubbi sull'opinione di Housman, e non desidero sostenere che fosse proprio identica alla mia; ma non vi sono dubbi sull'opinione sostenuta dalla maggior parte degli uomini di scienza, e che io condivido in pieno. Quindi questo libro che mi accingo a scrivere, e che è non "di" matematica ma "sulla" matematica, equivale a una confessione di debolezza che potrebbe attirarmi a ragione il disprezzo o la compassione dei matematici più giovani e più attivi. Se scrivo "sulla" matematica è solo perché, come ogni matematico che abbia passato la sessantina, non ho più la freschezza di spirito, né l'energia, né la pazienza per continuare produttivamente nel mio lavoro.

2

Mi propongo di scrivere un'apologia della matematica. Mi si potrà obbiettare che la matematica non ne ha alcun bisogno dato che, come tutti sanno, non esiste oggi una disciplina che sia ritenuta, a torto o a ragione, più utile o più degna di lode. Se non è del tutto vero è molto probabile che dopo i sensazionali trionfi di Einstein, solo l'astronomia e la fisica atomica le disputino oggi il primo posto del favore popolare. Un matematico, perciò, non ha bisogno di stare sulla difensiva. Egli non incontra quel genere di ostilità di cui parla Bradley[2] nella sua ammirevole difesa della metafisica, che costituisce l'introduzione ad *Apparenza e realtà*.

Un metafisico, scrive Bradley, si sente dire che la «conoscenza metafisica è assolutamente impossibile» o che «anche se è in una certa misura possibile, non merita affatto il nome di conoscenza». «Sono sempre gli stessi problemi, — gli dicono — le stesse controversie, lo stesso fallimento totale. Perché non lasciate perdere e non vi liberate da tutte queste cose? Possibile che non esista nient'altro degno dei vostri sforzi?». Nessuno è così stupido da esprimersi in questi termini nei confronti della matematica. La massa delle verità matematiche si impone in tutta la sua evidenza, e le sue applicazioni pratiche, dai ponti alle macchine a vapore, alle dinamo, colpiscono anche l'immaginazione più ottusa. La gente non ha bisogno di essere convinta della validità della matematica.

In un certo senso tutto questo è di grande conforto per i matematici, ma un vero matematico difficilmente ne sarà soddisfatto. Egli infatti sente che la ragione d'essere della matematica non si trova in queste rozze realizzazioni, che il rispetto popolare di cui gode la matematica si fonda in larga misura proprio sull'ignoranza e sulla confusione, e che c'è posto per una difesa più razionale. In ogni modo, sono disposto a tentarne una. Dovrebbe essere un'impresa meno difficile di quella affrontata da Bradley.

Mi interrogherò dunque sul vero valore di uno studio serio della matematica e sulla possibilità di giustificare una vita interamente consacrata a essa. È evidente che quasi tutte le mie risposte saranno quelle che ci si può attendere da un matematico: io penso, cioè, che valga la pena studiarla e che una vita a lei dedicata sia pienamente giustificata. Ma aggiungerò subito che, difendendo la matematica, è me stesso che difenderò e che questa apologia in un certo senso sarà egotista. Non penserei che valesse la pena di difendere la matematica se mi considerassi uno dei suoi falliti.

Un po' di egotismo di questo tipo è inevitabile e non mi pare necessario giustificarlo. Non sono gli "umili" che fanno le opere più grandi. Per esempio, uno dei primi doveri di un professore di qualsiasi materia, è di esagerare un po' sia l'importanza della sua materia sia la propria importanza in essa. Un uomo che si chieda continuamente se val la pena di fare quello che fa, e se è la persona giusta per farlo, non concluderà mai nulla di buono e scoraggerà anche gli altri. Bisogna chiudere un po' gli occhi e sopravvalutare leggermente se stessi e la propria materia. Non è una cosa tanto difficile: è molto più difficile evitare di rendere ridicoli se stessi e la propria materia tenendo gli occhi troppo chiusi.

3

Un uomo che tenti di giustificare la sua esistenza e la sua attività, deve porsi due domande distinte. Una riguarda il valore del suo lavoro, l'altra le ragioni per cui lo fa, indipendentemente dal suo valore. La prima domanda è spesso molto difficile e la risposta molto scoraggiante, ma la maggior parte della gente troverà senza fatica la risposta alla seconda domanda. Una risposta onesta adotterà generalmente una delle due forme seguenti, di cui la seconda non è che la variante più modesta della prima.

1. «Faccio questo mestiere perché è l'unica cosa che mi sento realmente di fare bene. Faccio l'avvocato, l'agente di cambio, il giocatore di cricket perché ho un certo talento per questo lavoro. Faccio l'avvocato perché ho la parola facile e mi interessano i cavilli legali; l'agente di cambio, perché so dare un giudizio rapido e sicuro sulla situazione del mercato; il giocatore di cricket perché so battere eccezionalmente bene. Ammetto che sarebbe meglio fare il poeta o il matematico, ma purtroppo non sono dotato per quelle attività.»

Non voglio dire che questo è un argomento alla portata di tutti, perché la maggior parte della gente non sa far nulla completamente bene. Ma è un argomento inattaccabile quando è sostenuto da qualcuno di quella minoranza non trascurabile, forse il cinque o anche il dieci per cento delle persone, che sanno fare una cosa piuttosto bene. Pochissimi sanno fare *veramente* bene una cosa, e il numero di coloro che sanno fare bene due cose è trascurabile. Chi possiede un vero talento dovrebbe essere pronto a qualunque sacrificio per coltivarlo fino in fondo.

Il Dottor Johnson era di questa opinione

Quando gli raccontai di aver visto Johnson (un suo omonimo) che cavalcava tre cavalli alla volta, egli mi disse: «Signore, un uomo simile dovrebbe essere incoraggiato, perché le sue esibizioni danno la misura delle possibilità umane...»

e avrebbe anche approvato chi scala le montagne, chi attraversa la Manica a nuoto e chi gioca a scacchi bendato. Quanto a me, tutti quelli che tentano un'impresa fuori dal comune, anche i prestigiatori e i ventriloqui, godono di tutta la mia simpatia; e quando un Alekhine[3] o un Bradman cercano di battere i loro stessi record, resto amaramente deluso se non ci riescono. È su questo punto che il Dottor Johnson e io ci troviamo d'accordo con il grande pubblico. Come ha detto giustamente W.J. Turner[4], sono solo gli "intellettuali" (nel senso deteriore del termine) che non ammirano i "veri campioni".

Naturalmente non ci deve sfuggire la disparità di valore fra le diverse attività. Preferirei essere un romanziere o un pittore, piuttosto che un uomo politico di pari livello, e ci sono varie strade che portano alla celebrità che molti di noi rifiuterebbero, perché le considerano assolutamente sbagliate. È raro, tuttavia, che queste disparità di valore siano determinanti nella scelta della professione, quasi sempre dettata dai limiti naturali di ciascuno. La poesia ha più valore del cricket, ma se Bradman sacrificasse il cricket per scrivere poesie mediocri (dubito che sarebbe capace di far meglio), sarebbe un pazzo. Se giocasse molto meno bene e scrivesse delle bellissime poesie, allora la scelta potrebbe diventare più difficile: non so se avrei preferito essere un atleta o un poeta, un Victor Trumper[5] o un Rupert Brooke[6]. Per fortuna questi dilemmi capitano molto di rado.

Aggiungerò che a un matematico si presentano ancora più raramente. C'è la tendenza a esagerare grossolanamente le differenze fra i processi mentali dei matematici e quelli delle altre persone, ma non si può negare né che il talento per la matematica sia uno dei doni più specializzati, né che nel loro insieme, i matematici si distinguano in modo particolare per versatilità o abilità generali. Si può dunque tranquillamente scommettere che la produzione matematica di un matematico degno di questo nome sarà infinitamente migliore di tutto quello che potrebbe fare di diverso, e sarebbe ben sciocco se si lasciasse sfuggire la minima occasione di esercitare il suo unico talento per dedicarsi a un lavoro mediocre in altro campo. Solo l'età o le necessità economiche potrebbero giustificare un sacrificio di questo genere.

4

È meglio che dica subito qualcosa sulla questione dell'età, perché per i matematici è particolarmente importan-

te. Nessun matematico può permettersi di dimenticare che la matematica, più di qualsiasi altra arte o di qualsiasi altra scienza, è un'attività per giovani. Per fare un esempio semplice, a un livello relativamente modesto, l'età media di ingresso dei matematici nella Royal Society è la più bassa.

Ma naturalmente si possono fare esempi più impressionanti. Basti pensare, per esempio, alla carriera dell'uomo che è stato sicuramente uno dei tre più grandi matematici del mondo: Newton. Abbandonò la matematica a cinquant'anni, ma aveva perso l'entusiasmo già molto prima; si era sicuramente reso conto già a quarant'anni che il suo periodo di grande creatività era finito. Le sue idee più grandi, le flussioni e la legge della gravitazione universale, sono del 1666, quando aveva solo ventiquattr'anni: «A quell'epoca, quanto a inventiva, ero nel fiore degli anni e mi occupavo di matematica e di filosofia più di quanto abbia mai fatto dopo di allora». Newton fece delle scoperte importanti fino quasi a quarant'anni (l'"orbita ellittica" a trentasette), ma in seguito non fece altro che ripulire e perfezionare le sue scoperte. Galois è morto a ventun'anni, Abel a ventisette, Ramanujan a trentatré, Riemann a quaranta. Ci sono stati altri uomini che hanno compiuto grandi cose a un'età più avanzata. La celebre memoria di Gauss sulla geometria differenziale è stata pubblicata quando aveva cinquant'anni (anche se ne aveva concepito le idee principali 10 anni prima), ma non conosco un solo esempio di una grande scoperta matematica che sia dovuta a un uomo di più di cinquant'anni. Se un uomo di età matura si stanca della matematica e l'abbandona, è molto probabile che non sarà una grave perdita, né per la matematica né per lui.

Ma d'altra parte neanche i vantaggi saranno molto rilevanti: le imprese finali dei matematici che hanno lasciato la matematica non sono molto incoraggianti. Newton fu direttore della Zecca, abbastanza competente (almeno quando non litigava con qualcuno). Painlevé[7] fu Presiden-

te del Consiglio francese, ma non certo con grande successo. La carriera politica di Laplace fu molto disonorevole, ma quello di Laplace non è un buon esempio, perché era più disonesto che incompetente e poi non ha mai "smesso di fare" il matematico. È molto difficile trovare un matematico di spicco che abbia abbandonato la matematica e si sia distinto in qualche altro campo*. Forse molti giovani avrebbero potuto diventare degli eccellenti matematici se avessero perseverato nello studio della matematica, ma non ho mai incontrato un esempio davvero probante. Tutto ciò è pienamente confermato dalla mia esperienza personale, per quanto limitata possa essere. Tutti i giovani matematici di vero talento che ho conosciuto sono rimasti fedeli alla matematica, e non per mancanza di ambizione, ma perché ne avevano molta; tutti hanno saputo riconoscere che lì, o in nessuna altra parte, si apriva per loro la strada verso una vita fuori dalla normalità.

5

Tratterò in due parole la seconda risposta, quella che ho chiamato la "variante più modesta" dell'apologia corrente.

2. «Non c'è *nulla* che io sappia fare particolarmente bene. Faccio quello che faccio perché mi è capitato di farlo e non ho mai avuto l'occasione di fare altro». Anche questa è un'inoppugnabile giustificazione della propria scelta. È proprio vero che la maggior parte della gente non sa fare bene nulla. Quindi, non è tanto importante che scelga una carriera piuttosto di un'altra, e a questo proposito non c'è altro da aggiungere. È una risposta senza appello. Certo non è una risposta degna di un uomo con un po' d'orgoglio, e sono sicuro che nessuno di noi ne sarebbe molto soddisfatto.

* Pascal mi sembra l'esempio migliore.

6

È arrivato il momento di affrontare la prima domanda che ponevo nel paragrafo 3, e che è molto più difficile della seconda. Val la pena di dedicarsi alla matematica? A quello che io e gli altri matematici intendiamo per matematica? E se sì, perché?

Ho riletto le prime pagine della lezione inaugurale che tenni a Oxford nel 1920, in cui c'è un abbozzo di un'apologia della matematica. È molto insufficiente (sono solo un paio di pagine) ed è scritta in uno stile di cui oggi non sono particolarmente fiero, probabilmente tentavo di imitare quello che allora credevo fosse lo "stile oxfordiano". Ma per quanto embrionale, penso ancora che contenga i punti salienti dell'argomentazione. Riassumerò quello che ho detto allora, come introduzione a una discussione più ampia.

1. Iniziavo sottolineando il carattere *innocuo* della matematica: «lo studio della matematica è un'occupazione forse inutile, ma assolutamente innocua e innocente». Sosterrò ancora questa tesi, che, naturalmente, svilupperò e spiegherò.

La matematica è davvero "inutile"? In un certo senso è chiaro che non lo è, poiché, per esempio, procura un grande piacere a moltissime persone. Tuttavia usavo la parola "utilità" in un senso più ristretto. La matematica è "utile", *direttamente* utile, al pari di altre scienze come la chimica e la fisiologia? La domanda è tutt'altro che semplice e si presta a controversie. La mia risposta definitiva sarà NO, anche se alcuni matematici, e la maggior parte dei profani, non esiterebbero a rispondere sì. E la matematica è davvero "innocua"? Anche questa non è una risposta ovvia e per certi aspetti avrei preferito evitare la domanda, perché solleva tutto il problema delle conseguenze che la scienza ha sulla guerra. Si può dire che la matematica è innocua nel senso in cui la chimica, per esempio, non lo è? Dovrò ritornare su queste questioni.

2. Proseguivo dicendo che «la scala dell'universo è grande e, anche se noi stiamo sprecando il nostro tempo, la vita sprecata di qualche professore universitario non è una catastrofe tanto spaventosa»; sembra così che io adottassi o affettassi quell'atteggiamento di eccessiva umiltà che ho appena criticato. Ma sicuramente non è quello che avevo in mente. Cercavo soltanto di dire in un'unica frase quello che ho detto più estesamente nel paragrafo 3, e cioè che noi professori avevamo i nostri piccoli talenti e non sbagliavamo a fare del nostro meglio per coltivarli pienamente.

3. Infine (in frasi che adesso mi sembrano penosamente retoriche) sottolineavo la perennità dell'opera matematica:

> Ciò che facciamo, forse, è poco, ma ha un certo carattere di perennità; aver prodotto sia pure una minima cosa con un minuscolo interesse perenne, che sia una raccolta di versi o un teorema di geometria, significa aver fatto qualcosa che va ben al di là delle possibilità della maggior parte degli uomini.

E continuavo:

> In questi tempi di conflitto tra discipline antiche e moderne, si deve sicuramente dire una parola in favore di una disciplina che non è nata con Pitagora e che non morirà con Einstein, ma che è la più vecchia e la più giovane di tutte.

Tutto questo è "retorica"; ma la sostanza mi sembra tuttora giusta, e voglio svilupparla subito, senza pregiudicare le altre questioni che lascio in sospeso.

7

Parto dal presupposto di rivolgermi a lettori che sono o che in passato sono stati animati da una giusta ambizione. Primo dovere di un uomo, e di un giovane in partico-

lare, è quello di essere ambizioso. L'ambizione è una passione nobile che può assumere molte forme diverse, tutte legittime. C'era *qualcosa* di nobile nell'ambizione di Attila o in quella di Napoleone; ma l'ambizione più nobile è la volontà di lasciare dietro di sé qualcosa che abbia un valore perenne:

> Qui, sulla sabbia uniforme,
> fra il mare e la terra,
> cosa costruire o scrivere
> per fermare la notte che scende?
>
> Dimmi che lettere tracciare
> che resistano ai flutti,
> che bastioni erigere
> che sopravvivano ai miei giorni.

Quasi tutte le più grandi imprese dell'uomo hanno avuto come forza trainante l'ambizione. In particolare, praticamente tutti i maggiori contributi alla felicità dell'umanità sono stati dati da uomini ambiziosi. Per prendere due esempi famosi, Lister[8] e Pasteur non erano forse ambiziosi? O, a livello più modesto, non lo erano forse King Gillette e William Willett[9]? Chi, nella nostra epoca, ha contribuito più di loro al benessere degli uomini?

La fisiologia fornisce degli esempi particolarmente significativi, proprio perché il suo carattere "benefico" è così evidente. Dobbiamo però guardarci da un'illusione comune fra i difensori della scienza, quella cioè di credere che gli uomini la cui opera è più vantaggiosa per l'umanità, siano guidati nel loro lavoro da scopi benefici, insomma di credere che i fisiologi abbiano animi particolarmente nobili. Un fisiologo può essere molto felice al pensiero che il suo lavoro farà del bene all'umanità, ma le ragioni che gli danno la forza e l'ispirazione per compierlo non si distinguono da quelle di uno studioso dei classici o di un matematico.

Molte sono probabilmente le ragioni, tutte degne del

più grande rispetto, che possono indurre gli uomini a intraprendere una ricerca, ma tre di esse sono molto più importanti di tutte le altre. La prima (senza la quale le altre non contano nulla) è la curiosità intellettuale, il desiderio di conoscere la verità. Poi viene l'orgoglio professionale, l'ansia, il bisogno di essere soddisfatti del proprio lavoro, la vergogna che prova qualsiasi artigiano rispettoso di se stesso quando la sua opera non è all'altezza del suo talento. Infine l'ambizione, il desiderio di una gloria che porti a occupare una posizione nella società, e anche il desiderio di potere o di denaro. Quando si è fatto bene il proprio lavoro, può essere molto bello sentirsi dire che si è contribuito alla felicità degli altri o che si sono alleviate le loro sofferenze: ma non sono queste le ragioni per cui lo si è fatto. Perciò se un matematico, un chimico, o anche un fisiologo, mi dicessero che la forza trainante del loro lavoro è stato il desiderio di contribuire al bene dell'umanità, io non ci crederei (e se ci credessi non li stimerei di più). Le loro ragioni fondamentali sono quelle che ho citato e che, sicuramente, non contengono niente di cui un uomo onesto debba vergognarsi.

8

Se la curiosità intellettuale, l'orgoglio professionale e l'ambizione sono le spinte più forti al lavoro di ricerca, sicuramente nessuno ha più probabilità di un matematico di soddisfarle. La sua materia è la più strana di tutte e non ce n'è un'altra in cui la verità giochi dei tiri più singolari. È un settore che richiede la tecnica più elaborata e più affascinante e che spalanca occasioni ineguagliabili di dimostrare la più pura capacità professionale. Infine, come dimostra ampiamente la storia, l'opera matematica, quale che sia il suo valore intrinseco, è la più duratura di tutte.

Questo appare fin dalle grandi civiltà semistoriche. Le civiltà dei Babilonesi e degli Assiri sono morte, Hammu-

rabi, Sargon e Nabucodonosor non sono che dei nomi, ma la matematica babilonese ci interessa ancora; e la numerazione sessagesimale babilonese è ancora usata in astronomia. Ma naturalmente l'esempio decisivo è quello dei Greci.

I Greci sono stati i primi matematici di quella categoria che oggi consideriamo dei "veri" matematici. Mentre la matematica orientale può essere una curiosità interessante, la matematica greca è vera matematica. I Greci sono stati i primi a usare un linguaggio che i matematici moderni capiscono. Come mi disse Littlewood una volta, i Greci non sono dei bravi studenti o dei "candidati borsisti", ma dei "colleghi di un'altra università". Perciò la matematica greca è "perenne", ancora più della letteratura greca. Archimede sarà ricordato quando Eschilo sarà dimenticato, perché le lingue muoiono ma le idee matematiche no. "Immortalità" forse è una parola ingenua, ma un matematico ha più probabilità di chiunque altro di raggiungere quello che questa parola designa.

E non dovrà nemmeno temere troppo seriamente che la posterità sia ingiusta con lui. L'immortalità è spesso ridicola o crudele: chi di noi avrebbe voluto essere Og o Anania o Gallione?[10] Anche in matematica, qualche volta, la storia gioca dei brutti tiri. Rolle[11] appare nei manuali di calcolo infinitesimale come se fosse un matematico della statura di Newton. Farey[12] è immortale perché non è riuscito a capire un teorema perfettamente dimostrato da Haros 14 anni prima. Nelle biografie di Abel vengono sempre ricordati cinque rispettabili norvegesi solo per un atto di coscienziosa imbecillità compiuta con zelo ai danni del più grande dei loro compatrioti. Ma in complesso la storia della scienza è giusta, soprattutto verso la matematica. Nessun altro campo possiede criteri così precisi e unanimemente accettati, e gli uomini di cui ci si ricorda sono quasi sempre quelli che se lo meritano. La fama matematica, se si hanno i mezzi per procurarsela, è uno degli investimenti più solidi e sicuri.

9

Tutto questo è molto rassicurante per gli assistenti universitari e soprattutto per i cattedratici. Talvolta si sente dire, da avvocati, politici, uomini d'affari, che solo le persone prudenti, prive di ambizione, desiderose soprattutto di sicurezza e comodità intraprendono la carriera universitaria. Questo biasimo è del tutto fuori luogo. Un assistente universitario rinuncia senz'altro a qualcosa, e prima di tutto alla possibilità di guadagnare molto — è molto difficile infatti che un professore guadagni più di 2000 sterline all'anno — anche se la sicurezza dell'impiego rende certamente più leggera la rinuncia.

Ma non è questo il motivo per cui Housman non avrebbe voluto essere Lord Simon[13] o Lord Beaverbrook:[14] avrebbe rifiutato la loro carriera, perché era ambizioso. Housman non avrebbe sopportato di essere un uomo di cui ci si dimentica dopo solo 20 anni.

Eppure com'è doloroso pensare che, malgrado tutti questi vantaggi, si può anche fallire. Penso all'orribile sogno che una volta mi ha raccontato Bertrand Russell. Si trovava all'ultimo piano della biblioteca dell'università, nel 2100 circa. Un aiuto bibliotecario si aggirava per gli scaffali con in mano un enorme secchio. Tirava fuori un libro dopo l'altro, gli dava una occhiata e poi o lo riponeva negli scaffali o lo gettava nel secchio. Arrivato davanti a tre grossi volumi, nei quali Russell aveva riconosciuto l'ultimo esemplare al mondo dei suoi *Principia mathematica*, prese uno dei volumi, sfogliò qualche pagina, sembrò un attimo perplesso davanti a quei simboli, lo richiuse e rimase a soppesarlo esitante...

10

Il matematico, come il pittore e il poeta, è un creatore di forme. Se le forme che crea sono più durature delle lo-

ro è perché le sue sono fatte di idee. Il pittore crea forme con i segni e i colori, il poeta con le parole. Un dipinto può incarnare un' "idea", ma di solito si tratta di idee banali e senza importanza. In poesia, le idee contano molto di più, ma come sosteneva Housman, di solito si esagera l'importanza delle idee nella poesia: «Non riesco a convincermi che esistano delle cose come le idee poetiche... La poesia non è ciò che si dice ma un modo per dirlo.»

> Not all the water in the rough rude sea
> Can wash the balm from an anointed King.*

Potrebbero essere più belli questi versi, nonostante la banalità e la falsità delle idee che esprimono? La povertà di idee difficilmente guasta la bellezza della forma verbale. Il matematico, invece, non ha altro materiale con cui lavorare, se non le idee; quindi le forme che crea hanno qualche probabilità di durare più a lungo, perché le idee si usurano meno delle parole.

Le forme create dal matematico, come quelle create dal pittore o dal poeta, devono essere *belle*; le idee, come i colori o le parole, devono legarsi armoniosamente. La bellezza è il requisito fondamentale: al mondo non c'è un posto perenne per la matematica brutta. E a questo punto devo occuparmi di un pregiudizio ancora molto diffuso (anche se probabilmente molto meno oggi di vent'anni fa), quello che Whitehead chiamava la «superstizione letteraria», secondo cui l'amore per la matematica e l'apprezzamento della sua bellezza sarebbero «una monomania limitata in ogni generazione a pochi eccentrici».

Oggi sembra difficile trovare un uomo colto del tutto insensibile al fascino estetico della matematica. È senza dubbio molto difficile *definire* la bellezza matematica, ma questo è altrettanto vero per qualsiasi genere di bellezza. Possiamo anche non sapere che cosa intendiamo per "bel-

* Nemmeno tutta l'acqua del mare rude e violento / può cancellare il crisma di un re consacrato (Shakespeare, *Riccardo II*, atto III, scena II). (*n.d.t.*)

la poesia", ma questo non ci impedisce di riconoscerne una quando la leggiamo. Persino il professor Hogben,[15] che cerca di minimizzare a ogni costo l'importanza dell'elemento estetico nella matematica, non arriva però a negarne l'esistenza. «Ci sono sicuramente degli individui sui quali la matematica esercita un'attrazione fredda e impersonale... Il fascino estetico della matematica può essere molto sentito solo da pochi eletti.» Ma sono "pochi", egli dice, e sentono "freddamente"; d'altra parte sono persone vagamente ridicole, che vivono in piccole stupide città universitarie al riparo dal soffio vivificante dei grandi spazi aperti. E così si fa semplice eco della "superstizione letteraria" di cui parla Whitehead.

Il fatto è che ci sono pochi argomenti più "popolari" della matematica. La maggior parte della gente apprezza la matematica, proprio come la maggior parte della gente prova piacere per una bella melodia; e, malgrado le apparenze, ci sono più persone che provano più interesse per la matematica che per la musica. Questo si spiega facilmente. La musica può servire a stimolare emozioni collettive, mentre la matematica non può; e la mancanza di capacità musicali è considerata (senza dubbio con ragione) poco disonorevole, mentre la maggior parte della gente è così spaventata al solo nome della matematica che è portata, in tutta sincerità, a esagerare la propria stupidità matematica. Basterà una brevissima riflessione per dimostrare l'assurdità della "superstizione letteraria". In tutti i paesi civili ci sono innumerevoli giocatori di scacchi — in Russia gioca quasi tutta la popolazione istruita — e ogni giocatore sa riconoscere ed apprezzare una "bella" partita o un "bel" problema. Ebbene, un problema di scacchi *non è altro che* un esercizio di matematica pura (una partita non del tutto, perché anche la psicologia vi gioca la sua parte). Parlare di un "bel" problema significa elogiare la bellezza matematica, anche se è una bellezza di un genere relativamente inferiore. I problemi di scacchi cantano le lodi della matematica.

Si può trarre la stessa lezione, a un livello più basso, ma destinata a un pubblico più vasto, dal bridge, o ancora più in basso, dai giochi enigmistici dei giornali. La loro immensa popolarità si deve al potere d'attrazione della matematica elementare, e i migliori inventori di giochi enigmistici, come Dudeney o "Calibano", non usano praticamente altro. Conoscono il loro mestiere; ciò che vuole il pubblico è un piccolo "eccitante intellettuale" e come tale non c'è niente che valga quanto la matematica.

Potrei aggiungere che non c'è niente che dia lo stesso piacere, anche a uomini famosi (e a uomini che hanno parlato della matematica in termini poco lusinghieri), quanto scoprire, o riscoprire, un autentico teorema matematico. Herbert Spencer[16] ha pubblicato nella sua autobiografia un teorema sui cerchi che aveva dimostrato quando aveva vent'anni (senza sapere che era stato dimostrato più di 2000 anni prima da Platone). Il professor Soddy[17] è un esempio più recente e più impressionante (ma il *suo** teorema era proprio suo).

11

Un problema di scacchi è matematica autentica, ma in un certo senso, è matematica "banale". Per quanto complicato e ingegnoso sia, per quanto originali e sorprendenti siano le mosse, gli manca qualcosa di essenziale. I problemi di scacchi *non sono importanti*. La migliore matematica non solo è bella ma è anche *seria*, *importante*, se preferite, ma il termine è molto ambiguo, mentre *seria* esprime meglio quello che voglio dire. Non mi riferisco alle applicazioni "pratiche" della matematica. È un punto sul quale dovrò tornare in seguito. Adesso dirò soltanto che se un

* Si vedano le sue lettere a proposito di *Hexlet* su «Nature», voll. 137-139, 1936-1937.

problema di scacchi è "inutile", nel senso letterale del termine, allora lo è anche la maggior parte della migliore matematica; che solo una piccola parte della matematica ha un'utilità pratica e che quella piccola parte è relativamente noiosa. La "serietà" di un teorema matematico non dipende dalle sue applicazioni pratiche, che di solito sono irrilevanti, ma dalla significatività delle idee matematiche che esso mette in relazione. In termini approssimativi si può dire che un'idea matematica è "significativa" se la si può collegare in modo naturale e illuminante a una vasta rete di altre idee matematiche. Perciò un teorema matematico serio, un teorema che collega idee significative, porterà molto probabilmente grandi progressi in matematica e anche nelle altre scienze. Nessun problema di scacchi ha mai influenzato lo sviluppo generale del pensiero scientifico, mentre Pitagora, Newton, Einstein, ciascuno nella propria epoca, ne hanno cambiato l'intero corso.

La serietà di un teorema, naturalmente, non dipende dalle sue conseguenze, che sono solo la *riprova* della sua serietà. Shakespeare ha avuto un'enorme influenza sullo sviluppo della lingua inglese, e Otway[18] quasi nessuna; ma non è questo il motivo per cui Shakespeare è più grande di Otway. Shakespeare è più grande perché la sua poesia è molto più bella. L'inferiorità dei problemi di scacchi, come quella della poesia di Otway, dipende non dalle sue conseguenze ma dal suo contenuto.

C'è un altro punto che tratterò molto brevemente, non perché sia poco interessante, ma perché è difficile, e io non ho nessuna competenza per discutere seriamente di estetica. La bellezza di un teorema matematico, *dipende* in gran parte dalla sua serietà, proprio come in poesia la bellezza di un verso può dipendere in una certa misura dalla forza delle idee che contiene. Prima ho citato due versi di Shakespeare come esempio di pura bellezza formale; ma questo

sembra ancora più bello. La forma è altrettanto bella, ma qui le idee sono significative e il pensiero è giusto, quindi la nostra emozione è molto più profonda.

Le idee contano per la forma anche in poesia e in matematica, naturalmente, molto di più. Ma non tocca a me affrontare seriamente questo problema.

12

È ormai chiaro che se vogliamo fare qualche progresso bisogna che io fornisca degli esempi di "veri" teoremi matematici, teoremi di cui ogni matematico riconosca l'importanza fondamentale. Però sono condizionato dai limiti che quest'opera mi impone. Da un lato i miei esempi dovranno essere molto semplici, alla portata di un lettore senza preparazione matematica specifica; non dovranno richiedere elaborate spiegazioni preliminari e il lettore dovrà poter seguire sia le dimostrazioni sia gli enunciati. Queste condizioni escludono, per esempio, molti dei più bei teoremi della teoria dei numeri come il teorema dei "due quadrati" di Fermat o la legge della reciprocità quadratica. Dall'altro lato dovrò prendere i miei esempi dalla matematica "pura", quella dei matematici professionisti; e questa condizione esclude un certo numero di esempi che sarebbe piuttosto facile far capire ma che sconfinano nella logica e nella filosofia della matematica.

La cosa migliore è risalire ai Greci. Enuncerò e dimostrerò due dei più famosi teoremi della matematica greca. Sono teoremi "semplici", sia nell'idea che nell'esecuzione, e tuttavia sono di primissimo ordine. Ciascuno di essi conserva la freschezza e l'importanza di quando è stato

* Dopo il febbrile spasimo della vita dorme tranquillo (Shakespeare, *Macbeth*, atto III, scena III). (*n.d.t.*)

scoperto: 2000 anni non vi hanno lasciato una ruga. Per di più, enunciato e dimostrazione possono essere pienamente compresi in meno di un'ora da un lettore intelligente, per quanto scarso sia il suo bagaglio di cognizioni matematiche.

1. Il primo è la dimostrazione fatta da Euclide* dell'esistenza di un numero infinito di numeri primi.

I *numeri primi* o, semplicemente, i *primi*, sono quei numeri

(A) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

che non possono essere scomposti in prodotto di fattori minori.° Per questo 37 e 317 sono numeri primi.

I numeri primi sono il materiale da cui, attraverso la moltiplicazione, si costruiscono tutti i numeri: per esempio si ha $666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$. Ogni numero che non è un numero primo è divisibile per almeno un numero primo (in genere, naturalmente, per molti). Dobbiamo dimostrare che esistono infiniti numeri primi, e cioè che la successione (A) non termina mai.

Supponiamo invece che abbia fine e che

$$2, 3, 5, \ldots, P$$

rappresenti la successione completa dei numeri primi (per cui P risulta il massimo numero primo). Con questa ipotesi, consideriamo il numero Q definito dalla formula

$$Q = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot P) + 1$$

È evidente che Q non è divisibile per nessuno dei numeri 2, 3, 5, ..., P, perché il resto della divisione per ognuno di questi numeri sarà sempre 1. Ma, se Q stesso non è numero primo, esso è divisibile per *qualche* numero primo, e perciò c'è un numero primo (che può essere lo stesso Q) che supera tutti quelli della successione. Questo contraddice l'ipotesi che non esiste un numero primo maggiore di P, e perciò la nostra ipotesi è falsa.

Questa è una dimostrazione per *reductio ad absurdum*, e

* *Elementi*, IX, 20. Molti teoremi degli *Elementi*, sono di origine incerta, ma non c'è un motivo particolare per pensare che proprio questo non sia di Euclide.

° Per ragioni tecniche, 1 non viene considerato un numero primo.

la *reductio ad absurdum*, tanto amata da Euclide, è una delle più belle armi di un matematico.* È un gambetto molto più raffinato di qualsiasi gambetto degli scacchi: un giocatore di scacchi può offrire in sacrificio un pedone o anche qualche altro pezzo, ma il matematico offre *la partita*.

13

Il mio secondo esempio è la dimostrazione data da Pitagora° dell'"irrazionalità" di $\sqrt{2}$.

Un "numero razionale" è una frazione a/b, in cui a e b sono numeri interi. Supponiamo che a e b non abbiano nessun fattore comune poiché, se l'avessero, potremmo eliminarlo. Dire che «$\sqrt{2}$ è irrazionale» equivale a dire che 2 non può essere espresso nella forma $(a/b)^2$, il che è come dire che l'equazione

$$(B) \qquad a^2 = 2b^2$$

non può essere soddisfatta da due numeri interi a e b che non abbiano un fattore comune. Questo è un teorema di aritmetica pura, che non richiede nessuna conoscenza dei "numeri irrazionali" e che non dipende da alcuna teoria sulla loro natura.

Ragioniamo di nuovo per *reductio ad absurdum*; supponiamo che (B) sia vera e che a e b siano due numeri interi senza fattori comuni. Da (B) segue che a^2 è un numero pari (poiché $2b^2$ è divisibile per 2) e quindi che a è pari (poiché il quadrato di un numero dispari è dispari). Se a è pari allora

$$(C) \qquad a = 2c$$

per qualche valore intero di c; e dunque

* Questa dimostrazione si può fare anche evitando la *reductio*, come preferiscono fare alcune scuole di logica.

° La dimostrazione è tradizionalmente attribuita a Pitagora ed è certamente un prodotto della sua scuola. Il teorema si trova, in forma molto più generale, anche in Euclide (*Elementi*, X, 9).

$$2b^2 = a^2 = (2c)^2 = 4c^2$$

ossia

$$(D) \qquad b^2 = 2c^2$$

Perciò b^2 è pari e quindi (per la stessa ragione di prima) anche b è pari. Questo significa dire che a e b sono entrambi pari e che quindi hanno come fattore comune 2. Ma questo contraddice la nostra ipotesi, e perciò l'ipotesi stessa è falsa.

Una conseguenza del teorema di Pitagora è che la diagonale di un quadrato è incommensurabile con il suo lato (e cioè che il loro rapporto non è un numero razionale, cioè non esiste un'unità di cui entrambi siano multipli interi). Infatti, se prendiamo il lato come unità di lunghezza, e se la lunghezza della diagonale è d, allora, per un altro teorema molto noto e attribuito anch'esso a Pitagora,*

$$d^2 = 1^2 + 1^2 = 2,$$

per cui d non può essere un numero razionale.

Potrei citare una gran quantità di raffinati teoremi della teoria dei numeri il cui *significato* è accessibile a tutti. Per esempio, quello che è chiamato "il teorema fondamentale dell'aritmetica", secondo il quale ogni numero intero può essere scomposto, *in un unico modo*, in un prodotto di numeri primi. Perciò $666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$ e non esiste altra scomposizione possibile; 666 non può essere uguale a $2 \cdot 11 \cdot 29$, né $13 \cdot 89$ a $17 \cdot 73$ (e possiamo vederlo senza fare le moltiplicazioni). Questo teorema, come indica il suo nome, è il fondamento dell'aritmetica superiore; ma siccome la sua dimostrazione, anche se non è difficile, richiede un preambolo piuttosto lungo, il lettore non matematico potrebbe trovarla molto noiosa.

Un altro teorema celebre e bello è quello dei "due quadrati" di Fermat. I numeri primi (se si esclude il numero speciale 2) possono essere divisi in due classi; i numeri primi

$$5, 13, 17, 29, 37, 41, \ldots$$

* Euclide, *Elementi*, I, 47.

che, divisi per 4, danno come resto 1, e i numeri primi

$$3, 7, 11, 19, 23, 31, \ldots$$

che, divisi per 4, danno come resto 3. Tutti i numeri primi che appartengono alla prima classe, ma nessuno di quelli appartenenti alla seconda, possono essere espressi come la somma dei quadrati di due numeri interi: così

$$5=1^2+2^2, \quad 13=2^2+3^2$$
$$17=1^2+4^2, \quad 29=2^2+5^2$$

mentre 3, 7, 11 e 19 non possono essere espressi in questo modo (come il lettore potrà facilmente verificare). Questo è il teorema di Fermat, che è considerato, molto giustamente, uno dei più belli dell'aritmetica. Sfortunatamente la sua dimostrazione non è alla portata di tutti, ma solo di matematici piuttosto esperti.

Ci sono anche teoremi molto belli nella "teoria degli insiemi" (*Mengenlehre*), come il teorema di Cantor sul carattere "non numerabile" del continuo. Qui la difficoltà è esattamente opposta. La dimostrazione è abbastanza facile, una volta che ci si sia impadroniti del linguaggio, ma sono necessarie parecchie spiegazioni prima che il *significato* del teorema diventi chiaro. Rinuncio perciò a dare altri esempi. Quelli che ho dato sono un banco di prova, e se il lettore è incapace di apprezzarli è improbabile che sappia apprezzare qualcosa della matematica.

Ho detto che un matematico crea delle forme fatte di idee e che bellezza e serietà sono i criteri in base ai quali queste forme vanno giudicate. Sono certo che chi ha capito i due teoremi che ho citato prima riconoscerà che essi rispondono a queste esigenze. Se li paragoniamo ai più ingegnosi enigmi di Dudeney, o ai più bei problemi di scacchi ideati dai maestri di quest'arte, la loro superiorità è innegabile: c'è una netta differenza di classe. Sono molto più seri e anche molto più belli. Ma riusciamo a definire con maggiore precisione in che cosa consista la loro superiorità?

14

In primo luogo, per quel che riguarda la *serietà*, la superiorità dei teoremi matematici s'impone con evidenza. Un problema di scacchi è il risultato di un complesso di idee ingegnose ma molto limitate, che non presentano differenze fondamentali l'una dall'altra e che non hanno conseguenze all'esterno. Il nostro modo di pensare sarebbe lo stesso se gli scacchi non fossero mai stati inventati, mentre i teoremi di Euclide e di Pitagora hanno avuto una influenza profonda sul pensiero, anche al di fuori della matematica.

Perciò il teorema di Euclide è vitale per l'intera struttura dell'aritmetica. I numeri primi sono la materia grezza che serve a costruire l'aritmetica e il teorema di Euclide ci assicura che per tale compito noi disponiamo di gran quantità di materiale. Ma il teorema di Pitagora ha più ampie possibilità di applicazione e fornisce un esempio migliore. Per prima cosa si noterà che il ragionamento di Pitagora si può estendere molto lontano e si può applicare, senza grandi modificazioni di principio, a classi molto ampie di numeri "irrazionali". Si può dimostrare in modo molto simile (come sembra aver fatto Teodoro di Cirene[19]) che

$$\sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{7},\ \sqrt{11},\ \sqrt{13},\ \sqrt{17}$$

sono irrazionali, o (andando oltre Teodoro) che $\sqrt[3]{2}$ e $\sqrt[3]{17}$ sono irrazionali. Il teorema di Euclide ci dice che abbiamo una buona scorta di materiale per la costruzione di un'aritmetica coerente dei numeri interi. Quello di Pitagora e le sue estensioni ci insegnano che, una volta costruita, questa aritmetica non basta ai nostri bisogni, perché alla nostra attenzione si impongono molte grandezze che essa non è capace di misurare: la diagonale del quadrato è solo l'esempio più evidente. L'enorme importanza di questa scoperta fu immediatamente riconosciuta dai matematici greci. I Greci avevano cominciato assumendo (in accordo, immagino, con i principi "naturali" del

"senso comune") che tutte le grandezze della stessa natura fossero commensurabili, per esempio che due lunghezze qualsiasi fossero dei multipli di una stessa unità; su questo postulato avevano elaborato una teoria delle proporzioni. La scoperta di Pitagora ne dimostrò l'infondatezza e portò alla costruzione della teoria, molto più profonda, di Eudosso, enunciata nel quinto libro degli *Elementi*, che da molti matematici moderni è considerata la più bella scoperta della matematica greca. Questa teoria è sorprendentemente moderna nello spirito, ed è all'origine dell'attuale teoria dei numeri irrazionali, che ha rivoluzionato l'analisi matematica e ha avuto una grande influenza sulla filosofia contemporanea.[20]

Non rimane quindi alcun dubbio sulla "serietà" di questi due teoremi. Perciò è ancora più significativo notare che nessuno dei due teoremi ha la minima importanza "pratica". Nel campo delle applicazioni pratiche non ci si occupa che di numeri relativamente piccoli; solo l'astronomia e la fisica atomica lavorano sui "grandi" numeri, e finora esse stesse non hanno molta più importanza pratica della matematica pura più astratta. Non so qual è il più alto grado di precisione di cui abbia bisogno un ingegnere; saremo molto generosi accordandogli 10 cifre significative. Perciò

$$3{,}14159265$$

(il valore di π con 8 decimali) è uguale al rapporto

$$\frac{3.141.592.650}{1.000.000.000}$$

di due numeri di 10 cifre. Esistono 50.847.478 numeri primi inferiori a 1 miliardo: è sufficiente per un ingegnere, che può fare tranquillamente a meno di tutti gli altri. Questo per il teorema di Euclide. Quanto a quello di Pitagora, è evidente che i numeri irrazionali non potrebbero interessare un ingegnere, poiché egli si occupa solo di approssimazioni, e tutte le approssimazioni sono razionali.

15

Un teorema "serio" è un teorema che contiene delle idee "significative". Occorre quindi cercare di analizzare un po' più a fondo le qualità che rendono "significativa" un'idea matematica, il che è molto difficile per cui dubito di riuscire a fornire un'analisi valida. Si può riconoscere un'idea "significativa" vedendola, come quelle che appaiono nei due teoremi che ho usato come riferimento: ma questo potere di riconoscimento richiede un grado piuttosto elevato di sofisticazione, e una familiarità con le idee della matematica che nasce solo dopo molti anni passati in loro compagnia. Bisogna però che cerchi di abbozzare un'analisi; e dovrebbe essere possibile farne una che, anche se inadeguata, sia seria e comprensibile.

Ci sono due condizioni che mi sembrano comunque essenziali: una certa *generalità* e una certa *profondità*, ma nessuna di queste due qualità è facile da definire con precisione. Un'idea matematica significativa, un teorema matematico serio, sono "generali" nel senso seguente. L'idea deve essere un elemento costitutivo di numerose costruzioni matematiche, utilizzata nella dimostrazione di teoremi molto diversi. Il teorema, anche se all'origine è enunciato in una forma molto particolare (come quello di Pitagora), deve essere suscettibile di una notevole estensione e caratteristico di tutta una classe di teoremi della stessa specie. Le relazioni messe in evidenza dalla dimostrazione devono poi essere tali da collegare tra loro molte idee matematiche diverse.

Tutto ciò è molto vago e soggetto a molte riserve. Ma ci si può facilmente convincere che un teorema ha poche probabilità di essere serio se manca palesemente di queste qualità; basta prendere degli esempi dalle curiosità isolate che abbondano in aritmetica. Ne prendo due, quasi a caso, dalle *Ricreazioni matematiche* di Rouse Ball*.

* 11ª edizione, riveduta da H.S.M. Coxeter, 1939.

(*a*) 8712 e 9801 sono i soli numeri di quattro cifre che siano dei multipli interi dei loro "rovesci":

$$8712 = 4 \cdot 2178 \quad 9801 = 9 \cdot 1089,$$

e non ci sono altri numeri inferiori a 10.000 che abbiano questa proprietà.

(*b*) Ci sono solo quattro numeri (a parte l'1) che sono la somma dei cubi delle cifre che li compongono, e cioè:

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3, \quad 370 = 3^3 + 7^3 + 0^3,$$
$$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3, \quad 407 = 4^3 + 0^3 + 7^3.$$

Questi sono fatti singolari, che stanno molto bene nelle colonne delle riviste di enigmistica e che divertono molto i dilettanti, ma che non hanno niente che possa sedurre un matematico. La loro dimostrazione non è né difficile né interessante, solo un po' noiosa.

Questi non sono teoremi seri, ed è evidente che una delle ragioni (anche se forse non la più importante) è l'estrema specializzazione sia dell'enunciato sia della dimostrazione, che non consentono nessuna generalizzazione significativa.

16

"Generalità" è una parola ambigua e piuttosto pericolosa, e non dobbiamo lasciarle prendere troppo spazio in questa discussione. Sia in matematica sia negli scritti sulla matematica, essa viene usata con diversi significati: in particolare uno di questi, sul quale i logici hanno giustamente insistito, è nel nostro caso del tutto irrilevante. In quel significato, assai facile da definire, *tutti* i teoremi matematici sono ugualmente e perfettamente "generali".

«La certezza della matematica — scrive Whitehead* — è dovuta alla sua perfetta generalità astratta». Quando affermiamo che $2+3 = 5$, affermiamo una relazione fra tre

* A.N. Whitehead, *Science and the Modern World*, p. 33 (trad. it. *La scienza e il mondo moderno*, Bompiani, Milano 1959[2]).

gruppi di "cose", che non sono né mele né monete, né oggetti particolari di un tipo o di un altro, ma solo cose, "care vecchie cose". Il senso dell'enunciato è assolutamente indipendente dal carattere individuale degli elementi di questi gruppi. Tutti gli "oggetti" matematici, le "entità", le "relazioni" come "2", "3", "5", "+", o "=", tutte le proposizioni matematiche in cui appaiono, sono assolutamente generali nel senso che sono assolutamente astratti. In effetti, uno dei termini di Whitehead è di troppo, poiché la generalità, in questo senso, *è* proprio l'astrazione stessa.

Questa accezione della parola è importante, e i logici hanno ragione a sottolinearla, perché essa designa una verità che molte persone che pure dovrebbero saperlo, tendono a dimenticare. E così si sentirà spesso un astronomo o un fisico dichiarare di aver scoperto "una dimostrazione matematica" di qualche legge dell'universo. Affermazioni di questo tipo, se prese alla lettera, non hanno alcun senso. È *impossibile* dimostrare matematicamente che ci sarà un'eclissi domani, perché le eclissi, come gli altri fenomeni fisici, non fanno parte del mondo astratto della matematica. Tutti gli astronomi, penso, ne converranno se messi alle strette, qualunque sia il numero di eclissi che abbiano predetto con esattezza.

Non è evidentemente questo tipo di "generalità" che ci interessa adesso. Ciò che noi cerchiamo, sono le *differenze* di generalità fra due teoremi matematici, mentre, nell'accezione che ne dà Whitehead, i teoremi sono tutti ugualmente generali. Così i teoremi "banali" (*a*) e (*b*) del paragrafo 15 sono altrettanto "astratti" e "generali" di quelli di Euclide e di Pitagora, e anche di un problema di scacchi. Il problema infatti non cambia se i pezzi sono bianchi o neri, rossi o verdi, e neppure se vi sono o no materialmente dei pezzi: è sempre lo *stesso* problema, che un esperto risolve facilmente nella sua testa e che noi dobbiamo ricostruire laboriosamente con l'aiuto della scacchiera. La scacchiera e i pezzi non sono che i mezzi

materiali per stimolare la nostra pigra immaginazione, e per il problema non sono più essenziali di quanto lo siano la lavagna e il gesso per i teoremi esposti in una lezione di matematica. Non è questo tipo di generalità, comune a tutti i teoremi matematici, che stiamo cercando qui, ma quella generalità di tipo più sottile ed elusivo che ho tentato di descrivere nel paragrafo 15. E dobbiamo stare attenti di non insistere *troppo* anche su questo tipo di generalità (come, secondo me, hanno la tendenza a fare i logici come Whitehead). Non è la semplice «aggiunta di sottigliezza di generalizzazione a sottigliezza di generalizzazione»* che costituisce la conquista più notevole della matematica moderna. Una certa misura di generalità è necessaria a ogni teorema importante, ma una generalità *troppo* grande lo rende inevitabilmente insipido. «Ogni cosa è ciò che è, e non un'altra cosa», e le differenze fra le cose sono altrettanto interessanti delle loro somiglianze. Noi scegliamo i nostri amici non perché incarnano tutte le virtù dell'umanità, ma perché sono quello che sono. È la stessa cosa in matematica; una proprietà comune a troppi oggetti difficilmente suscita l'entusiasmo, e le stesse idee diventano indistinte se non possiedono una grande individualità. Almeno su questo punto posso citare Whitehead a sostegno della mia tesi: «È la grande generalizzazione, limitata da un felice caso particolare, a render fertile la concezione».

17

La seconda qualità che richiedevo a una idea significativa era la *profondità*, che è ancora più difficile da definire. Ha *qualcosa* a che fare con la *difficoltà*; le idee "più profonde" sono di solito le più difficili da afferrare, ma non è proprio la stessa cosa. Le idee che sottostanno al teorema

* *Science and the Modern World*, p. 44.

di Pitagora e alle sue generalizzazioni sono profonde, ma nessun matematico di oggi le troverebbe difficili. D'altra parte un teorema può essere sostanzialmente superficiale in sé, ma molto difficile da dimostrare (come lo sono certi teoremi "diofantei", cioè i teoremi sulla risoluzione delle equazioni con numeri interi).

È come se le idee matematiche fossero disposte a strati e le idee di ogni strato fossero legate, per mezzo di un complesso sistema di relazioni, sia fra loro sia con quelle degli strati inferiori e superiori. Più lo strato è basso, più l'idea è profonda (e in generale più difficile). L'idea di numero "irrazionale" è perciò più profonda di quella di numero intero e quindi il teorema di Pitagora è più profondo di quello di Euclide. Concentriamoci adesso sulle relazioni fra numeri interi, o su qualche altro gruppo di oggetti situato in qualche strato particolare. Può accadere che una di queste relazioni sia compresa completamente, che, per esempio, si possa riconoscere e dimostrare una qualche proprietà dei numeri interi, senza conoscere nulla del contenuto degli strati inferiori. Infatti, si è potuto dimostrare il teorema di Euclide considerando solo le proprietà dei numeri interi. Ma ci sono anche molti teoremi sui numeri interi che non si possono apprezzare correttamente, e ancor meno dimostrare, senza scavare più a fondo e senza andare a vedere cosa accade più sotto.

È facile trovare degli esempi nella teoria dei numeri primi. Il teorema di Euclide è molto importante, ma non è molto profondo: si può dimostrare che esiste un numero infinito di numeri primi senza ricorrere a una nozione più profonda di quella di "divisibilità". Ma nuove domande si pongono non appena si è trovata la risposta. Esiste una infinità di numeri primi, ma come è distribuita questa infinità?

Dato un numero grande N, diciamo 10^{80} o $10^{10^{10}}$,*

* Si calcola che il numero di protoni nell'universo sia di circa 10^{80}. Il numero $10^{10^{10}}$, se scritto per esteso, occuperebbe circa 50.000 volumi di media grandezza.

quanti sono i numeri primi minori di *N*?* Quando si pongono *queste* domande, ci si trova in una posizione molto diversa. Si possono trovare le risposte, con una precisione piuttosto sorprendente, ma solo scavando molto più a fondo, lasciando per un po' i numeri interi sopra di noi e usando le armi più potenti della moderna teoria delle funzioni.

Perciò il teorema che risponde alle nostre domande (il cosiddetto "Teorema dei numeri primi"[21]) è molto più profondo di quello di Euclide e anche di quello di Pitagora.

Potrei moltiplicare gli esempi, ma il concetto di "profondità" è elusivo anche per un matematico capace di riconoscerlo, e temo di non poter dire qui molto di più che possa essere di aiuto agli altri lettori.

18

C'è ancora un punto rimasto in sospeso dal paragrafo 11, in cui avevo cominciato il confronto fra la "vera matematica" e gli scacchi. A questo punto possiamo ormai dare per scontato che quanto a sostanza, serietà e significatività, la superiorità del vero teorema matematico è schiacciante. Per un'intelligenza esercitata è altrettanto evidente la superiorità estetica; però è più difficile definire o individuare questa superiorità, poiché il difetto *principale* del problema di scacchi è chiaramente la sua "ovvietà", che confonde qualsiasi tentativo di giudizio più puramente estetico e lo disturba. Quali sono le qualità "puramente estetiche" che possiamo riconoscere ai teoremi di Euclide e di Pitagora? Non azzarderò più di qualche osservazione sparsa.

Nei due teoremi (e nei teoremi includo naturalmente le dimostrazioni) c'è un grado molto alto di *imprevedibili-*

* Come ho detto nel paragrafo 14, ci sono 50.847.478 numeri primi inferiori a 1 miliardo. Ma questo è il limite a cui arriva la nostra conoscenza "esatta".

tà, combinata con l'*inevitabilità* e l'*economia*. Gli argomenti assumono una forma strana e sorprendente; le armi impiegate sembrano di una semplicità infantile al confronto della portata dei risultati ottenuti; ma non c'è scampo dalle conclusioni. Non ci sono complicazioni di dettagli, una sola linea d'attacco è sufficiente in ogni caso. E questo vale anche per la dimostrazione di molti altri teoremi più difficili, che per essere apprezzati veramente, richiedono un grado elevato di competenza tecnica. Non ci devono essere molte "varianti" in una dimostrazione matematica: l'"enumerazione dei casi" è una delle forme più noiose di dimostrazione matematica. Una buona dimostrazione deve assomigliare a una costellazione semplice e nettamente delineata, non a un ammasso stellare della Via Lattea.

Anche un problema di scacchi ha l'imprevedibilità e una certa economia; è essenziale che le mosse siano a sorpresa e che nella scacchiera ogni pezzo reciti la sua parte. Ma l'effetto estetico è cumulativo. È anche indispensabile (altrimenti il problema è troppo semplice per essere davvero divertente) che la mossa chiave sia seguita da molte varianti, ciascuna a sua volta seguita dalla sua risposta particolare. Se c5 allora Ca6; se... allora, se... allora. Si sciuperebbe l'effetto se non ci fossero tante risposte differenti. Tutto ciò è autentica matematica e ha i suoi meriti; ma è proprio la "dimostrazione per enumerazione dei casi" (e di casi che, alla fine, non differiscono poi di molto)* che un vero matematico tende a disprezzare.

Sono propenso a credere che potrei rendere più forte la mia argomentazione facendo appello proprio ai sentimenti dei giocatori di scacchi. Sono sicuro che un maestro di scacchi, un giocatore di grandi partite, di grandi tornei, in fondo disprezza l'arte puramente matematica del semplice solutore di problemi. Lui stesso ne possiede molta di riserva e può ricorrervi in caso di necessità: «Se il mio av-

* Credo che oggi sia considerato un *merito* che in un problema ci siano molte varianti dello stesso tipo.

versario avesse fatto quella mossa, io avrei avuto pronta un'altra combinazione vincente.» Ma il "grande gioco" di scacchi è prima di tutto psicologico: la lotta di due intelligenze esercitate, e non una semplice collezione di piccoli teoremi matematici.

19

Devo ritornare alla mia apologia di Oxford per approfondire i punti che avevo lasciato in sospeso nel paragrafo 6. Sarà ormai evidente che la matematica mi interessa solo in quanto arte creativa. Ma ci sono altre questioni da considerare, e in particolare quella dell'"utilità" (o inutilità) della matematica, sulla quale c'è molta confusione di idee. Dobbiamo anche stabilire se la matematica è davvero così "innocua", come affermavo nella mia lezione a Oxford.

Una scienza, o un'arte, può essere definita "utile", se il suo sviluppo accresce, anche indirettamente, il benessere materiale e fisico degli uomini, se favorisce la felicità, nel senso più semplice e banale della parola. Perciò la medicina e la fisiologia sono utili perché alleviano la sofferenza, e l'ingegneria è utile perché aiutandoci a costruire case e ponti eleva il nostro livello di vita. (L'ingegneria, naturalmente, è anche dannosa, ma non è questo il punto adesso.) Anche la matematica è certamente utile in questo senso: gli ingegneri non potrebbero fare il loro lavoro senza una buona conoscenza della matematica, e anche la fisiologia comincia ad avvalersi della matematica. Da questo punto di vista è quindi possibile difendere la matematica; non sarà una difesa particolarmente forte e neanche la migliore, ma la dobbiamo prendere in considerazione. Gli usi "più nobili" della matematica, se ce ne sono, gli usi che condivide con ogni arte creativa, non verranno invece presi in considerazione nel nostro esame. La matematica, come la poesia e la musica, può "favorire e rafforzare un abito mentale elevato", e quindi accrescere la felicità

dei matematici e anche di altre persone, ma difenderla con questa argomentazione sarebbe una semplice elaborazione di quello che ho già detto. Ciò che dobbiamo esaminare ora è la "pura e semplice" utilità della matematica.

20

Tutto ciò può sembrare molto ovvio, ma anche a questo proposito regna una grande confusione, poiché le materie più "utili" sono in genere proprio quelle che per la maggior parte di noi è più inutile imparare. È utile avere una buona scorta di fisiologi e di ingegneri, ma la fisiologia e l'ingegneria sono studi inutili per l'uomo della strada (anche se il loro studio si può difendere da altri punti di vista). Personalmente non mi sono mai trovato nelle condizioni di trarre il minimo vantaggio dalle mie conoscenze scientifiche, fatta eccezione per la matematica pura.

È davvero piuttosto stupefacente che il sapere scientifico abbia così poco valore pratico per l'uomo comune, che il sapere che ha valore pratico sia tanto noioso e banale e che il suo valore sembri inversamente proporzionale alla sua conclamata utilità. È utile essere piuttosto svelti nel calcolo aritmetico (che, naturalmente, è pura matematica). È utile sapere un po' di francese o di tedesco, un po' di storia e geografia, forse anche un po' di economia. Ma sapere un po' di chimica, di fisica o di fisiologia non serve a niente nella vita quotidiana. Sappiamo che il gas brucia anche senza conoscerne la composizione; quando l'automobile si rompe la portiamo in officina, quando abbiamo mal di stomaco andiamo dal dottore o in farmacia. Viviamo o in modo empirico o sulla competenza professionale degli altri.

Comunque, questa è una questione marginale, un problema pedagogico, che interessa solo gli insegnanti, costretti a consigliare i genitori che reclamano un'istruzione "utile" per i loro figli. Dire che la fisiologia è utile, non

vuol dire che tutti devono studiarla, ma solo che il progresso compiuto da un manipolo di esperti fisiologi accrescerà il benessere di tutti. Le domande che ci dobbiamo porre sono se la matematica può rivendicare questo genere di utilità, quale matematica può avanzare le rivendicazioni maggiori, e se si può giustificare solo su questo terreno lo studio intenso della matematica così com'è concepito dai matematici.

21

Sarà probabilmente già chiaro a quali conclusioni voglio arrivare; perciò le enuncerò subito in modo dogmatico per svilupparle in seguito. È innegabile che una buona parte della matematica elementare (uso il termine "elementare" nel senso in cui lo usano i matematici professionisti, e che comprende, per esempio, una buona conoscenza del calcolo differenziale e integrale) ha una considerevole utilità pratica. Questa parte della matematica in complesso è piuttosto noiosa ed è proprio quella che ha minore valore estetico. La "vera" matematica dei "veri" matematici, quella di Fermat, di Eulero, di Gauss, di Abel e di Riemann, è quasi totalmente "inutile" (e questo vale sia per la matematica "applicata" sia per la matematica "pura"). Non è possibile giustificare la vita di nessun vero matematico professionista sulla base dell'"utilità" del suo lavoro.

Ma a questo punto devo chiarire un pregiudizio. A volte si dice che i matematici puri si glorino dell'inutilità del loro lavoro* e si vantino che esso non abbia alcuna appli-

* Anch'io sono stato accusato di sostenere lo stesso parere. Una volta avevo detto che «una scienza viene definita utile quando il suo sviluppo tende ad accentuare le ineguaglianze già esistenti nella distribuzione della ricchezza, o a favorire direttamente la distruzione della vita umana». Questa frase, scritta nel 1915, è stata citata (sia a favore, sia contro di me) parecchie volte. Era una frase deliberatamente retorica, forse giustificabile dato il momento in cui fu scritta.

cazione pratica. L'accusa si basa generalmente su un'incauta affermazione attribuita a Gauss, che suona più o meno così (non sono mai riuscito a trovare la citazione esatta): se la matematica è la regina delle scienze, allora, data la sua suprema inutilità, la teoria dei numeri è la regina della matematica. Sono certo che l'affermazione di Gauss (se è davvero sua) è stata grossolanamente fraintesa. Se la teoria dei numeri si potesse impiegare a fini pratici e ovviamente onorevoli, se potesse contribuire ad accrescere la felicità degli uomini o ad alleviare le loro sofferenze, come la fisiologia e anche la chimica, allora sono certo che né Gauss né qualsiasi altro matematico sarebbe stato così pazzo da denigrare o deplorare tali applicazioni. Ma la scienza lavora sia per il bene, sia per il male (particolarmente in tempo di guerra); e allora è giusto che Gauss e anche gli altri matematici minori si rallegrino per l'esistenza di almeno una scienza, e proprio la loro, che il distacco stesso dalle contingenze umane, conserva benigna e pulita.

22

C'è un altro pregiudizio da cui ci si deve guardare. Viene spontaneo pensare che vi sia una grande differenza in rapporto all'utilità fra la matematica "pura" e la matematica "applicata". È un'illusione: fra i due tipi di matematica c'è una netta distinzione, che spiegherò fra poco, ma essa non riguarda la loro rispettiva utilità.

Che differenza c'è fra la matematica pura e quella applicata? È una domanda a cui si può dare una risposta definitiva e sulla quale i matematici sono concordi. La mia risposta non avrà nulla di non ortodosso, ma esige un breve preambolo.

I due prossimi paragrafi avranno un sapore lievemente filosofico. La filosofia non interverrà in modo decisivo e non avrà un'influenza vitale sulle mie tesi principali, ma

siccome userò dei termini che hanno spesso delle precise implicazioni filosofiche, il lettore rischierebbe di confondersi se non spiegassi il senso che io dò a tali termini.

Ho spesso usato l'aggettivo "vero" nel senso di "reale", come si usa nella conversazione corrente. Ho parlato di "vera matematica" e di "veri matematici" come avrei potuto parlare di "vera poesia" o di "veri poeti", e continuerò a farlo. Ma userò anche la parola "realtà", con due connotazioni diverse.

In primo luogo, parlerò di "realtà fisica", e userò anche questa parola nel senso corrente. Per realtà fisica intendo il mondo materiale, il mondo del giorno e della notte, dei terremoti e delle eclissi, il mondo che la scienza fisica cerca di descrivere. Fin qui penso che nessun lettore avrà avuto difficoltà a comprendere il mio linguaggio, ma adesso mi inoltro in un terreno più difficile. Per me, e penso per la maggior parte dei matematici, esiste un'altra realtà che chiamerò "realtà matematica", sulla cui natura né i matematici né i filosofi sono assolutamente d'accordo. Alcuni sostengono che è "mentale" e che, in un certo senso, siamo noi che la costruiamo, altri, che è esterna e indipendente da noi. Se si potesse dare una definizione convincente della realtà matematica, si risolverebbero molti dei problemi più difficili della metafisica. Se si riuscisse a includervi la realtà fisica li si sarebbe risolti tutti.

Non discuterei qui nessuna di queste questioni anche se fossi competente per farlo. Definirò dunque la mia posizione in modo dogmatico onde evitare il minimo fraintendimento. Credo che la realtà matematica sia fuori di noi, che il nostro compito sia di scoprirla o di *osservarla*, e che i teoremi che noi dimostriamo, qualificandoli pomposamente come nostre "creazioni", siano semplicemente annotazioni delle nostre osservazioni. Questa opinione in una forma o nell'altra, è stata sostenuta da molti grandi filosofi, da Platone in poi, e userò il linguaggio che è naturale per un uomo che la condivide. Il lettore a cui non

piaccia questa filosofia può benissimo usare un altro linguaggio: le mie conclusioni non ne saranno modificate di molto.

23

Il contrasto fra matematica pura e matematica applicata risalta forse più chiaramente nella geometria. Esiste la scienza della geometria pura,* che comprende, fra le altre, la geometria proiettiva, la geometria euclidea, la geometria non euclidea e così via. Ognuna di queste geometrie è un *modello*, un sistema di forme ideali, e deve essere giudicata in base all'interesse e alla bellezza della sua forma particolare. È una *mappa* o un'*immagine*, il prodotto di un lavoro collettivo, una copia frammentaria e imperfetta (eppure esatta entro i suoi limiti) di una parte della realtà matematica. Ma ciò che conta adesso per noi è questo: c'è comunque almeno una cosa di cui la geometria pura non è l'immagine, ed è la realtà spazio-temporale del mondo fisico. È ovvio che non può esserlo, poiché i terremoti e le eclissi non sono concetti matematici.

Questo può sembrare un po' paradossale a un profano, ma è un truismo per un geometra e un esempio forse lo renderà più chiaro. Supponiamo che io faccia lezione su un sistema geometrico, l'ordinaria geometria euclidea, per esempio, e che io disegni delle figure alla lavagna per stimolare l'immaginazione del mio uditorio, rozzi disegni a base di linee rette, di cerchi, di ellissi. Per prima cosa, è evidente che la verità dei teoremi che io dimostro non viene in alcun modo influenzata dalla qualità dei miei disegni. La loro funzione è soltanto quella di far capire il mio discorso agli ascoltatori, e — se ci riesco — non si guadagnerebbe nulla a farli rifare da un disegnatore più

* Naturalmente, nell'ambito di questa discussione, dobbiamo considerare come geometria pura ciò che i matematici chiamano geometria "analitica".

bravo. Sono illustrazioni pedagogiche, estranee al vero oggetto della lezione.

Facciamo un altro passo avanti. L'aula in cui faccio lezione fa parte del mondo fisico, e a sua volta, possiede una certa forma. Lo studio di questa forma, come della forma in generale della realtà fisica, è a sua volta una scienza, che possiamo chiamare "geometria fisica". Immaginiamo ora che una dinamo potente o un corpo di massa notevole venga introdotto nella stanza. I fisici ci diranno che la geometria della stanza allora è cambiata, che la sua forma fisica tutta intera è leggermente ma definitivamente alterata. I teoremi che io ho dimostrato diventano dunque falsi? Sarebbe evidentemente assurdo pensare che le mie dimostrazioni ne siano in qualche modo intaccate. Equivarrebbe a pensare che un'opera di Shakespeare viene modificata da una goccia di tè lasciata cadere sulla pagina da un lettore distratto.

L'opera è indipendente dalle pagine su cui è stampata, così come la "geometria pura" è indipendente dalle aule in cui si fa lezione, o da qualsiasi altro dettaglio del mondo fisico.

Questo è il punto di vista del matematico puro. I matematici applicati, i fisici matematici, hanno naturalmente un punto di vista diverso, perché si occupano del mondo fisico in se stesso, che ha una sua propria forma o struttura. Non possiamo darne una descrizione esatta, come nel caso della geometria pura, ma possiamo dirne qualcosa di significativo. Possiamo dare una descrizione, a volte molto precisa, a volte molto approssimativa, delle relazioni che esistono fra alcune delle sue componenti, e confrontarle con le relazioni esatte che esistono fra le componenti di un determinato sistema di geometria pura. Possiamo rilevare una certa rassomiglianza fra i due insiemi di relazioni, e la geometria pura diventa allora interessante per il fisico. Essa ci darà, in una certa misura, una mappa che "corrisponde ai fatti" del mondo fisico. Il geometra offre al fisico tutto un insieme di mappe fra cui scegliere. Una

di esse corrisponderà alla realtà meglio delle altre, e allora la geometria che l'ha fornita sarà la più importante per la matematica applicata. Posso aggiungere che anche un matematico puro sentirà ravvivarsi il suo interesse per questa geometria, perché non c'è matematico, per quanto puro possa essere, che sia del tutto indifferente all'universo fisico; ma nella misura in cui si lascerà tentare, costui abbandonerà il suo punto di vista puramente matematico.

24

C'è un'altra osservazione da fare qui, che i fisici riterranno forse paradossale, anche se il paradosso farà meno impressione di diciott'anni fa. Lo esprimerò in termini molto simili a quelli che ho usato nel 1922, in una comunicazione alla Sezione A della British Association for the Advancement of Science. L'uditorio era allora composto prevalentemente da fisici, e proprio per questo credo di essere stato un po' provocatorio; ma anche adesso non mi discosterò molto da quello che ho detto allora.

Avevo iniziato col dire che le posizioni di un matematico e quelle di un fisico sono probabilmente meno lontane di quanto generalmente si creda, e che la differenza essenziale, a mio parere, è che il matematico ha con la realtà un contatto molto più diretto. Questo può sembrare paradossale perché è il fisico che tratta l'oggetto di solito descritto come "reale", ma basta riflettere un po' per capire che la realtà del fisico, qualunque essa sia, ha pochissimi, se non nessuno, degli attributi che il senso comune accorda d'istinto alla realtà. Una sedia puo' essere un insieme di elettroni turbinanti o un'idea nella mente di Dio: ciascuna di queste rappresentazioni può avere i suoi meriti, ma nessuna si avvicina minimamente a quello che suggerisce il senso comune.

Proseguivo dicendo che né i fisici né i filosofi hanno

mai dato una descrizione convincente di ciò che è la "realtà fisica", o di come il fisico, dalla massa confusa dei fatti o delle sensazioni da cui parte, passi alla costituzione di oggetti che egli chiama "reali". Non si può dunque dire che si sappia qual è l'oggetto della fisica; ma questo non ci impedisce di cogliere approssimativamente ciò che il fisico cerca di fare. È evidente che egli cerca di stabilire delle connessioni nell'insieme incoerente dei fatti bruti, correlandoli con uno schema definito e ordinato di relazioni astratte, schema che può prendere a prestito solo dalla matematica.

Un matematico, invece, non lavora che sulla propria realtà matematica. Questa realtà, come ho spiegato nel paragrafo 22, io la concepisco in modo "realistico" e non "idealistico". In ogni modo (e questa era la mia tesi principale) questa concezione realistica è molto più plausibile per la realtà matematica che per la realtà fisica, perché gli oggetti matematici sono molto più simili a quello che sembrano essere. Una sedia o una stella non sono affatto quello che sembrano essere; più ci pensiamo, più i loro contorni diventano indistinti nel groviglio di sensazioni che li circonda; ma "2" o "317" non hanno niente a che vedere con le sensazioni e le loro proprietà si rivelano tanto più chiaramente quanto più attentamente le esaminiamo. Può darsi che la fisica moderna si adatti meglio a qualche costruzione della filosofia idealistica. Io non lo credo, ma ci sono dei fisici eminenti che lo affermano. La matematica pura, al contrario, mi sembra lo scoglio contro cui ogni idealismo inevitabilmente si infrange: 317 è un numero primo, non perché lo pensiamo noi, o perché la nostra mente è conformata in un modo piuttosto che in un altro, ma *perché è così*, perché la realtà matematica è fatta così.

25

Queste distinzioni fra matematica pura e matematica applicata sono importanti in se stesse, ma hanno poca attinenza con la nostra discussione sull'"utilità" della matematica. Nel paragrafo 21 parlavo della "vera" matematica di Fermat e di altri grandi matematici, della matematica che ha un valore estetico perenne come, per esempio, la migliore matematica greca; della matematica che è eterna perché, come la migliore letteratura, dopo migliaia di anni continua a dare intense emozioni a migliaia di persone. Gli uomini di cui parlavo erano originariamente tutti dei matematici puri (sebbene allora la distinzione fosse molto meno netta di quanto non lo sia adesso), ma non pensavo solo ai matematici puri. Maxwell e Einstein, Eddington e Dirac li considero matematici "veri". Le grandi realizzazioni moderne della matematica applicata riguardano la teoria della relatività e della meccanica quantistica che, almeno attualmente, sono quasi altrettanto "inutili" della teoria dei numeri. Sono le parti noiose ed elementari della matematica applicata, come della matematica pura, che possono essere utili nel bene o nel male. Tutto ciò può cambiare con il tempo. Nessuno aveva previsto l'applicazione alla fisica moderna delle matrici e dei gruppi o di altre teorie puramente matematiche, e potrebbe anche accadere che la parte più "intellettuale" della matematica applicata diventi "utile" in un modo altrettanto inaspettato; ma per ora, tutto sembra indicare, in un campo come nell'altro, che solo ciò che è banale e noioso conta davvero nella vita pratica.

Mi ricordo che Eddington aveva dato un esempio felice della mancanza di attrazione esercitata dalle scienze dette "utili". La British Association aveva organizzato un congresso a Leeds, e aveva creduto che ai partecipanti potesse interessare sentir parlare delle applicazioni della scienza in alcune lavorazioni dell'industria laniera. Ma le conferenze e le dimostrazioni organizzate a questo scopo furono un

fiasco. Si scoprì poi che i partecipanti (fossero o no cittadini di Leeds), avevano voglia di distrazioni e che la "lana" non era affatto un argomento divertente. Perciò la presenza del pubblico a queste conferenze fu molto scarsa; chi, invece, era venuto a parlare degli scavi di Cnosso, o della teoria della relatività, o della teoria dei numeri primi, restò lusingato dal numeroso pubblico che riuscì ad attrarre.

26

Quali sono le parti utili della matematica?

Tanto per cominciare la maggior parte della matematica scolastica: l'aritmetica, l'algebra elementare, la geometria euclidea, il calcolo differenziale elementare e integrale. Si può escludere una buona parte di quello che si insegna agli "specialisti", per esempio la geometria proiettiva. Nel campo della matematica applicata, le basi della meccanica (l'elettricità, come si insegna a scuola, deve essere classificata nella fisica).

Poi, una buona dose della matematica insegnata all'università è anch'essa utile, soprattutto quella che in effetti è il prolungamento, con una tecnica più elaborata, della matematica scolastica, e lo è anche una parte della fisica, come l'elettricità o la meccanica dei fluidi. Non ci si deve dimenticare che conoscere qualcosa in più è sempre vantaggioso, e che anche il più pratico dei matematici può trovarsi notevolmente svantaggiato se la sua conoscenza si limita al minimo indispensabile: è per questa ragione che conviene aggiungere qualcosa sotto ogni voce del nostro elenco. Dunque la nostra conclusione generale è che all'interno della matematica i campi utili sono quelli necessari a un ingegnere specializzato o a un fisico medio, cioè proprio quella matematica che non ha un valore estetico particolare. La geometria euclidea, per esempio, è utile solo nella misura in cui è noiosa; non abbiamo bisogno

dell'assiomatica delle parallele, della teoria delle proporzioni o della costruzione del pentagono regolare.

La conclusione piuttosto curiosa che emerge è che la matematica pura, nel suo insieme, è nettamente più utile di quella applicata. Il matematico puro sembra essere in vantaggio sia sul piano pratico che su quello estetico. Perché ciò che è soprattutto utile è la *tecnica*, e la tecnica matematica si insegna principalmente attraverso la matematica pura.

Spero che non ci sia bisogno di dire che non sto cercando di denigrare la fisica matematica, campo magnifico con formidabili problemi in cui si sono cimentati i migliori ingegni. Ma la posizione di un comune matematico applicato non è in un certo senso un po' patetica? Se vuole essere utile, deve lavorare in modo limitato e noioso, senza dare libero corso alla fantasia anche quando desidererebbe levarsi a grandi altezze. Gli universi "immaginari" sono molto più belli di un mondo stupidamente costruito come il nostro mondo "reale"; e i più bei prodotti dell'immaginazione di un matematico applicato devono in gran parte essere respinti appena creati per la ragione, brutale ma sufficiente, che non si adattano ai fatti.

La conclusione generale è abbastanza evidente. Se, come abbiamo convenuto provvisoriamente, l'utilità del sapere consiste nella sua capacità di contribuire, ora o in un futuro relativamente vicino, al benessere materiale dell'umanità, per cui la soddisfazione puramente intellettuale risulta irrilevante, allora la maggior parte della matematica superiore è inutile. La geometria moderna e l'algebra, la teoria dei numeri, la teoria degli insiemi e delle funzioni, la teoria della relatività, la meccanica quantistica, non ce n'è una che superi la prova meglio delle altre e non è su questo terreno che si può giustificare la vita di nessun vero matematico.

Se questo è il criterio di giudizio, Abel, Riemann e Poincaré hanno sprecato la loro vita; il loro contributo al

benessere dell'umanità è stato insignificante, e il mondo sarebbe stato un luogo altrettanto felice anche senza di loro.

27

Si potrà obbiettare che la mia idea di "utilità" è troppo ristretta, che l'ho definita soltanto in termini di "felicità" e di "benessere" e che ho ignorato gli effetti "sociali" generali della matematica, che invece alcuni scrittori contemporanei con simpatie molto diverse hanno sottolineato. Whitehead (che è stato un matematico) parla infatti dell'«effetto straordinario della conoscenza matematica sulla vita e sulle occupazioni quotidiane degli uomini, sull'organizzazione della società»; e Hogben (che è tanto ostile a ciò che io e altri matematici intendiamo per matematica, quanto Whitehead è favorevole) afferma che «senza conoscenza della matematica, questa grammatica della misura e dell'ordine, ogni progetto di una società razionale in cui vi sia tempo libero per tutti e indigenza per nessuno, è irrealizzabile» (e molte altre cose dello stesso genere).

Dubito che tutta questa eloquenza sia di grande conforto ai matematici. Tutti e due gli autori usano termini assolutamente esagerati e tutti e due trascurano delle distinzioni molto evidenti. Ciò è comprensibile da parte di Hogben, che, come lui stesso ammette, non è un matematico; egli intende per matematica quella che è in grado di capire, e che io ho chiamato matematica "scolastica". Questa matematica ha molti usi, come ho riconosciuto, che si possono, se si vuole, definire "sociali" e che Hogben mette in risalto attraverso molti riferimenti interessanti alla storia delle scoperte matematiche. E in ciò sta il merito del suo libro; perché gli permette di dimostrare a molti lettori, che non sono mai stati e non saranno mai dei matematici, che la matematica è più ricca di quanto

pensassero. Ma Hogben non ha la minima idea di cosa sia la "vera" matematica (e ci se ne accorge subito leggendo ciò che scrive sul teorema di Pitagora, o su Euclide o su Einstein) e ancor meno nutre della simpatia per essa (come non si sforza certo di nascondere). La "vera" matematica per lui è solo l'oggetto di una sprezzante commiserazione.

Nel caso di Whitehead non si tratta di mancanza di comprensione o di simpatia; ma, nel suo entusiasmo, non fa delle distinzioni che peraltro conosce benissimo. La matematica che ha questo «effetto straordinario» sulle «occupazioni quotidiane degli uomini» e sull'«organizzazione della società» non è la matematica di Whitehead, ma quella di Hogben. La matematica che può essere usata «per gli scopi comuni da uomini comuni» è insignificante, e quella che può essere usata dagli economisti o dai sociologi, difficilmente si eleva fino al "livello da borsa di studio". La matematica di Whitehead può avere un'influenza profonda sull'astronomia e sulla fisica, un'influenza non trascurabile sulla filosofia — le grandi idee di un campo possono sempre influenzare quelle di un altro campo —, ma su tutto il resto ha un effetto estremamente limitato. I suoi "effetti straordinari" si sono fatti sentire, non sugli uomini in generale, ma su uomini come Whitehead.

28

Ci sono dunque due matematiche: la vera matematica dei veri matematici, e quella che chiamerò, in mancanza di un termine migliore, la matematica "banale". La matematica banale potrebbe trovare la sua giustificazione in argomenti che piacerebbero a Hogben, o ad altri pensatori della sua scuola, ma non esiste una simile difesa per la vera matematica che, ammesso che ciò sia possibile, si deve giustificare solo come arte. Non c'è nulla di paradossa-

le o di insolito in questa opinione che, infatti, è quella comunemente sostenuta dai matematici.

Ci rimane un'ultima questione da considerare. Siamo arrivati alla conclusione che la matematica banale, nel suo complesso, è utile, e che la matematica vera, nel suo complesso, non lo è; che la matematica banale, contrariamente alla vera matematica, in un certo senso "fa del bene". Ma dobbiamo ancora chiederci se una delle due fa del *male*. Siccome sarebbe paradossale pensare che possa esistere una matematica nociva in tempo di pace, siamo costretti a considerare le conseguenze della matematica sulla guerra. È quasi impossibile, di questi tempi, discutere di simili questioni con serenità, e avrei quindi preferito sorvolare; ma, in un modo o nell'altro, questa discussione sembra inevitabile. Fortunatamente non c'è bisogno di dilungarsi.

C'è una conclusione facile e confortante per un vero matematico. La vera matematica non ha alcun effetto sulla guerra. Nessuno ha ancora scoperto un uso bellico della teoria dei numeri o della relatività, e sembra molto improbabile che se ne scopra uno ancora per molti anni. È vero che certi rami della matematica applicata, come la balistica e l'aerodinamica, sono stati deliberatamente sviluppati per scopi bellici e richiedono tecniche molto elaborate; forse è ingiusto definirli "banali", ma non possono pretendere di essere classificati come "vera" matematica. Infatti sono di una bruttezza ripugnante e di una noia intollerabile; neanche Littlewood è riuscito a rendere rispettabile la balistica e se non ci è riuscito lui, chi altri ci riuscirà? Perciò un vero matematico ha la coscienza pulita; non c'è nulla di cui lo si possa accusare, indipendentemente dal valore del suo lavoro. La matematica, come dissi a Oxford, è un'occupazione innocua.

La matematica banale, al contrario, ha molte applicazioni militari. Gli esperti in armamenti e i progettisti di areoplani, per esempio, non potrebbero farne a meno nel loro lavoro. L'effetto generale di queste applicazioni è chiaro: la matematica facilita (anche se in modo meno

evidente della fisica o della chimica) la guerra moderna, scientifica, "totale".

Non è così sicuro, come potrebbe sembrare, che si debba dolersene, poiché sulla guerra scientifica moderna ci sono due opinioni nettamente contrastanti. La prima, la più ovvia, è che l'effetto della scienza sulla guerra serve solo ad accrescerne l'orrore, sia aumentando le sofferenze della minoranza che combatte, sia estendendole a tutti. Questa è l'opinione ortodossa, la più naturale. Ma c'è un'altra opinione, molto diversa, che sembra altrettanto sostenibile, ed è quella che Haldane[22] ha espresso con molta forza in *Callinicus**. Si può sostenere che la guerra moderna è *meno* orribile di quella dei tempi prescientifici, che le bombe sono probabilmente più misericordiose delle baionette, che i gas lacrimogeni e l'iprite sono forse le armi più umanitarie che la scienza bellica abbia inventato finora; e che l'opinione comune poggia solo su un vacuo sentimentalismo.° Si potrebbe anche affermare (questa però non era una delle tesi di Haldane) che il riequilibrio dei rischi che ci si aspetta dalla scienza alla lunga sarebbe salutare; che la vita di un civile non vale più di quella di un soldato, né la vita di una donna più di quella di un uomo, che tutto è meglio della concentrazione della barbarie in un'unica classe determinata, e che, in definitiva, prima una guerra raggiunge il suo parossismo, meglio è.

Non so quale di queste opinioni sia più vicina alla verità. È una questione pressante e sconvolgente, ma non devo discuterne qui. Essa riguarda solo la matematica "banale", la cui difesa spetterebbe a Hogben, non a me. La causa della sua matematica potrebbe trovarsi un po' più che sporcata; la causa della mia resta senza macchia.

In realtà, c'è ancora qualcosa da dire, perché c'è almeno

* J.B.S. Haldane, *Callinicus: A Defence of Chemical Warfare*, 1924.

° Non voglio pregiudicare la questione con questa parola, usata molto spesso a sproposito; può essere usata legittimamente per indicare certi tipi di emozioni incontrollate. Molte persone, naturalmente, usano "sentimentalismo" per disprezzare i buoni sentimenti degli altri, e "realismo" per mascherare la loro brutalità.

uno scopo a cui la vera matematica può servire in tempo di guerra. Quando il mondo impazzisce, il matematico può trovare nella matematica un rimedio incomparabile. Perché la matematica, fra tutte le arti e tutte le scienze, è la più austera e la più distaccata dal mondo, e il matematico dovrebbe, più facilmente di tutti gli altri, potersi rifugiare là dove, secondo Bertrand Russell, «almeno uno dei nostri impulsi più nobili può sfuggire al tetro esilio del mondo reale». È un peccato dover aggiungere una riserva molto seria: il matematico non deve essere troppo vecchio. La matematica è un esercizio creativo e non contemplativo, e nessuno ne può trarre gran consolazione quando ha perduto il potere o il desiderio di creare; e questo, a un matematico, è facile che accada molto presto. È un peccato, ma in tal caso egli comunque non conta più nulla, e sarebbe sciocco preoccuparsi per lui.

29

Terminerò con un riepilogo delle mie conclusioni, esprimendole però, in modo più personale. Avevo detto all'inizio che chiunque difenda il proprio campo si accorgerà di difendere se stesso; e che la mia giustificazione della vita di un matematico professionista sarebbe inevitabilmente stata in fondo, la giustificazione della mia stessa vita. Perciò questo paragrafo conclusivo, sarà in sostanza un frammento di autobiografia.

Non mi ricordo di aver mai voluto essere nient'altro che un matematico. È sempre stato chiaro, immagino, che le mie capacità personali andavano in quella direzione, e non mi è mai venuto in mente di mettere in discussione l'opinione dei più vecchi di me. Non ricordo di aver sentito, da ragazzo, nessuna *passione* per la matematica, e l'idea che mi ero fatto della carriera di un matematico era tutt'altro che nobile. Concepivo la matematica in termini di esami e di borse di studio: volevo battere i miei compa-

gni, e la matematica mi sembrava il mezzo più efficace.

Avevo circa quindici anni quando (in un modo piuttosto strano) le mie ambizioni si precisarono. C'è un libro di "Alan St Aubyn" (pseudonimo di Frances Marshall) intitolato *A Fellow of Trinity*, il primo di una serie che descrive quella che si pensa sia la vita di college a Cambridge.* Si tratta di un libro probabilmente peggiore della maggior parte di quelli scritti da Marie Corelli;[23] ma un libro non può essere del tutto pessimo se accende l'immaginazione di un ragazzo intelligente. Ci sono due eroi, un eroe principale, Flowers, quasi perfetto, e un eroe secondario, Brown, un individuo molto più debole. Flowers e Brown incontrano molti pericoli nella vita universitaria, ma il peggiore è una sala da gioco di Chesterton°, tenuta dalle signorine Bellenden, due giovani donne affascinanti, ma decisamente perverse.

Flowers supera tutte le prove, diventa secondo Wrangler e Senior Classic, e ottiene automaticamente la nomina a fellow (come pensavo sarebbe accaduto). Brown invece soccombe alle tentazioni, rovina i suoi genitori, inizia a bere, viene salvato da un attacco di delirium tremens durante un temporale solo grazie alle preghiere del giovane decano, ha molte difficoltà a prendere anche solo il normale diploma, e alla fine diventa missionario. La loro amicizia non è però spezzata da queste vicissitudini, e i pensieri di Flowers sono per Brown, pieni di affettuosa pietà, mentre, per la prima volta, beve porto e mangia noci nella sala dei professori.

Ora Flowers era abbastanza un bravo ragazzo (per quanto "Alan St Aubyn" sia capace di descriverne uno), ma persino la mia mente ingenua si rifiutava di ammettere che fosse intelligente. Se era capace di fare quelle cose, perché non potevo riuscirci io? In particolare, mi affascinava la scena finale nella sala dei professori e da allora,

* Alan St Aubyn era la signora Frances Marshall, moglie di Matthew Marshall.

° Quanto poi a Chesterton, non ha niente di pittoresco.

finché non l'ho ottenuto, la matematica, per me, significò prima di tutto un posto al Trinity.

Arrivando a Cambridge, scoprii immediatamente che ottenere un posto implicava un "lavoro originale", ma ci misi molto tempo prima di farmi un'idea precisa sulla ricerca. A scuola, naturalmente avevo scoperto, come succede a ogni futuro matematico, che riuscivo a risolvere certi problemi molto meglio dei miei insegnanti; e anche a Cambridge, anche se meno spesso, mi accorsi che a volte potevo far meglio dei professori del College. Ma, anche l'anno del Tripos, sapevo veramente molto poco dei problemi a cui poi ho consacrato il resto della mia vita; e concepivo ancora la matematica essenzialmente come un campo di "competizione". Il primo ad aprirmi gli occhi fu il professor Love, del quale seguii i corsi per alcuni trimestri, che mi iniziò a una seria concezione dell'analisi. Ma il grande debito che ho verso di lui — dopo tutto, era essenzialmente un matematico applicato — è di avermi consigliato di leggere il celebre *Cours d'analyse* di Jordan; non dimenticherò mai il mio stupore nel leggere quest'opera notevole, la prima fonte d'ispirazione per tanti matematici della mia generazione, grazie alla quale scoprii per la prima volta cosa fosse davvero la matematica. Da allora fui, a mio modo, un vero matematico, con solide ambizioni e con una autentica passione per la matematica.

Scrissi parecchio durante i venti anni successivi, ma poche cose importanti; non più di quattro o cinque lavori che io possa ancora ricordare con qualche soddisfazione. Il momento decisivo della mia carriera arrivò dieci o dodici anni più tardi, nel 1911, quando iniziai la mia lunga collaborazione con Littlewood, e nel 1913, quando scoprii Ramanujan. Tutto il mio miglior lavoro da allora è stato legato al loro, ed è innegabile che la collaborazione con loro sia stato l'avvenimento decisivo della mia vita. Ancor oggi nei momenti di depressione, quando sono costretto ad ascoltare della gente pedante e presuntuosa, mi dico: «Beh, io ho fatto qualcosa che voi non sareste mai stati

capaci di fare: ho collaborato con Littlewood e Ramanujan, su un piano quasi di parità». È a loro che devo una maturità insolitamente tardiva: ho dato il meglio di me un po' dopo la quarantina, quand'ero professore a Oxford. Da allora ho subito un regolare declino, che è il destino comune degli uomini che invecchiano, e in particolare dei matematici che invecchiano. Un matematico può essere abbastanza efficiente a sessant'anni, ma è inutile aspettarsi da lui delle idee originali.

È evidente ormai che la mia vita, per quel che vale, è finita, e che non posso fare più nulla che accresca o diminuisca sensibilmente il suo valore. È molto difficile essere imparziali, ma io la considero "riuscita"; ho avuto più riconoscimenti, e non meno, di quanti fossero dovuti a un uomo con le mie capacità. Ho occupato un certo numero di posizioni comode e "prestigiose". Ho avuto pochissimi fastidi dalla routine accademica. Odio "insegnare" e ho dovuto farlo pochissimo, quasi esclusivamente sotto forma di supervisione alla ricerca; amo tenere conferenze e ne ho tenute molte, davanti a uditori estremamente competenti; infine ho sempre avuto parecchio tempo libero per la ricerca, che è stata l'unica vera felicità duratura di tutta la mia vita. Mi è sempre stato facile lavorare con gli altri, e ho collaborato assiduamente con due matematici eccezionali; questo mi ha consentito di dare alla matematica un contributo molto più importante di quanto mi potessi ragionevolmente aspettare. Ho avuto le mie delusioni, come qualsiasi altro matematico, ma nessuna è stata troppo grave né mi ha reso veramente infelice. Se, quando avevo vent'anni, mi avessero offerto una vita così, né migliore né peggiore, l'avrei accettata senza esitazione.

Sembra assurdo pensare che avrei potuto "fare meglio". Non ho inclinazioni letterarie o artistiche, e pochissimo interesse per la scienza sperimentale. Avrei potuto essere un discreto filosofo, ma non molto originale. Forse avrei potuto essere un buon avvocato; ma il giornalismo è l'unica professione, al di fuori della mia vita universitaria,

in cui mi sarei sentito veramente a mio agio. Non c'è alcun dubbio che ho avuto ragione a scegliere di essere un matematico, se si prende come metro di giudizio quello che comunemente si chiama successo.

Ho fatto dunque una buona scelta, se una vita piuttosto comoda e felice, era quello che volevo. Ma anche i procuratori legali, gli agenti di cambio e gli allibratori conducono spesso una vita comoda e felice, ed è molto difficile sapere se la loro esistenza rende il mondo più ricco. Posso rivendicare una vita in un certo senso meno vana della loro?

Mi sembra che ancora una volta ci sia una sola risposta possibile; sì, forse, ma se è così, lo è per un'unica ragione. Non ho mai fatto niente di "utile". Nessuna mia scoperta ha aggiunto qualcosa, né verosimilmente aggiungerà qualcosa, direttamente o indirettamente, nel bene e nel male, alle attrattive del mondo. Ho aiutato a formare altri matematici, ma erano matematici della mia stessa specie e il loro lavoro, quello che hanno compiuto col mio aiuto, è stato altrettanto inutile del mio. Giudicato secondo tutti i parametri pratici, il valore della mia vita matematica è nullo; e al di fuori della matematica è assolutamente insignificante. Ho un'unica possibilità di sfuggire a un verdetto di irrilevanza totale, se si giudica che ho creato qualcosa che valeva la pena creare. Che ho creato qualcosa è innegabile: la questione riguarda il suo valore.

La sola difesa della mia vita, allora, o di chiunque sia stato matematico nello stesso mio senso, è dunque questa: ho aggiunto qualcosa al sapere e ho aiutato altri ad aumentarlo ancora; il valore dei miei contributi si differenzia soltanto in grado, e non in natura, dalle creazioni dei grandi matematici, o di tutti gli altri artisti, grandi e piccoli, che hanno lasciato qualche traccia dietro di loro.

Nota dell'autore

Il professor Broad e il dottor Snow mi hanno entrambi fatto notare che se voglio misurare equamente il bene e il male fatto dalla scienza, non devo lasciarmi trasportare troppo dagli effetti che ha sulla guerra, e che anche quando penso a questi effetti, mi devo ricordare che la scienza ha molte altre conseguenze importanti, oltre a quelle puramente distruttive. Perciò (per illustrare prima il secondo punto), mi devo ricordare (*a*) che l'organizzazione di un popolo intero in vista della guerra, è possibile solo con metodi scientifici; (*b*) che la scienza ha aumentato notevolmente il potere della propaganda, che è usata quasi esclusivamente al servizio del male; (*c*) che essa ha reso la "neutralità" quasi impossibile o priva di senso, cosicché non ci sono più "isole di pace" da cui la saggezza e la ricostruzione possano gradualmente riaffiorare dopo la guerra. Tutto ciò, naturalmente, tende a rafforzare l'accusa *contro* la scienza. D'altro canto, anche se spingiamo quest'accusa fino in fondo, è quasi impossibile sostenere che il male fatto dalla scienza non è complessivamente controbilanciato dal bene. Se, per esempio, in ogni guerra, si perdessero dieci milioni di vite umane, il risultato netto della scienza, sarebbe ancora quello di aver allungato la durata media della vita. In breve, il mio paragrafo 28 è sicuramente troppo "sentimentale". Non discuto la fondatezza di queste critiche, ma per le ragioni addotte nella mia prefazione, non mi è stato possibile affrontarle nel libro e mi sono limitato a fare questa precisazione.

Il dottor Snow ha fatto anche una piccola osservazione interessante a proposito del paragrafo 8. Anche ammettendo che «ci si ricorderà di Archimede quando Eschilo

sarà dimenticato», la fama matematica non è un po' troppo "anonima" per essere pienamente soddisfacente? Mentre ci possiamo formare un'immagine abbastanza coerente della personalità di Eschilo (e ancora di più, naturalmente di Shakespeare e di Tolstoi) solo attraverso le loro opere, Archimede ed Eudosso non rimangono che semplici nomi.

Un giorno che passavamo davanti alla colonna di Nelson a Trafalgar Square, J.M. Lomas ha illustrato questo punto in modo più pittoresco: se, a Londra, mi costruissero una statua sopra una colonna, preferirei che la colonna fosse talmente alta da rendere invisibile la statua, o sufficientemente bassa da lasciare riconoscibili i miei lineamenti? Io sceglierei la prima alternativa, il dottor Snow, probabilmente, la seconda.

Note

1. A.E. Housman (1859-1936), poeta ed erudito inglese, professore di latino a Cambridge. La conferenza sulla poesia citata qui è del 1933.

2. F.H. Bradley (1846-1924), filosofo inglese. Nella sua opera maggiore, *Apparenza e realtà* (1893), dimostra l'impossibilità di una metafisica costruttiva.

3. A. Alekhine (1892-1946), celebre maestro di scacchi russo (naturalizzato francese), campione del mondo dal 1921 al 1935.

4. W.J. Turner (1889-1946), giornalista, critico teatrale e poeta inglese.

5. V. Trumper, altro giocatore di cricket australiano.

6. R. Brooke (1887-1915), poeta inglese morto in guerra, celebre per la raccolta di sonetti *1914*. Era al King's College di Cambridge quando Hardy era al Trinity.

7. P. Painlevé (1863-1933), matematico francese, più volte ministro e Presidente del Consiglio tra il 1917 e il 1924.

8. J. Lister (1827-1912), medico inglese, introdusse la pratica dell'asepsi in sala operatoria.

9. Sono, rispettivamente, l'inventore del rasoio di sicurezza e l'ideatore dell'ora legale (introdotta in Gran Bretagna nel 1909).

10. Personaggi delle sacre scritture (*Deuteronomio*, III, 11; *Atti degli Apostoli*, V, 1-10 e XVII, 12-17).

11. M. Rolle (1652-1719), matematico francese; il suo nome è legato a un noto teorema di analisi infinitesimale.

12. Farey enunciò (1816) le proprietà di una particolare successione di numeri razionali. Hardy dubitò sempre dell'originalità di questa scoperta, attribuendone la formulazione a Haros (1802). Quasi nulla si sa della vita dei due matematici.

13. J.A. Simon (1873-1954), giurista e uomo politico inglese, liberale, fu Cancelliere dello scacchiere dal 1937 al 1940.

14. W.M. Aitken (1879-1964), editore e uomo politico inglese di origine canadese. Ministro dell'informazione nel 1918, fece parte del Gabinetto Churchill durante la seconda guerra mondiale.

15. L. Hogben (1895-1975), scienziato inglese, scrisse libri di divulgazione scientifica di grande successo, tradotti anche in italiano.

16. H. Spencer (1820-1903), il famoso filosofo positivista inglese, aveva avuto una formazione scientifica (era ingegnere delle ferrovie).

17. F. Soddy (1877-1956), chimico e fisico inglese, premio Nobel per la chimica nel 1921, predisse l'esistenza degli isotopi.

18. T. Otway (1652-1685), drammaturgo inglese.

19. Teodoro di Cirene (V sec. a.C.), matematico greco della scuola pitagorica.

20. Hardy si riferisce alla costruzione dei numeri reali (in pratica, del continuo) a partire dai numeri interi (in pratica, del discreto) attraverso la teoria degli insiemi.

21. Formulato da Gauss, questo teorema afferma che il numero dei numeri primi minori di n si comporta come $n/\log n$ per n tendente all'infinito.

22. J.B.S. Haldane (1892-1964), genetista e fisiologo inglese, pose le basi della genetica evoluzionistica. Famoso per il suo impegno politico e per i suoi scritti ironici e beffardi.

23. M. Corelli (1855-1924), scrittrice inglese che ben rappresenta il fervore morale vittoriano.

Cronologia

1877	7 febbraio. Nasce a Cranleigh (Surrey). Studia alla scuola locale e poi al Winchester College.
1896	Studente al Trinity College dell'Università di Cambridge.
1898	Si classifica quarto Wrangler al Tripos.
1899	Escono *I fondamenti della geometria* di D. Hilbert.
1900	Si afferma nella seconda parte del Tripos. Esce il primo volume dei *Principia mathematica* di B. Russell e A.N. Whitehead. Esce il primo articolo di Hardy. (Nel corso della sua vita ne pubblicherà oltre 300).
1906-1919	Lettore al Trinity College.
1908	Prima edizione di *A course of pure mathematics*.
1910	È eletto membro della Royal Society.
1912	Inizia la collaborazione con J.E. Littlewood, che continuerà per tutta la sua vita.
1913	Riceve la prima lettera di Ramanujan.
1914	Con altri professori del Trinity (fra i quali B. Russell) prende posizione contro la guerra.
1919	Lascia Cambridge per occupare la cattedra di geometria al New College di Oxford.
1920	Muore Ramanujan.
1926-1928	È nominato presidente della London Mathematical Society.
1928-1929	È invitato come professore a Princeton e al California Institute of Technology.
1929	La London Mathematical Society gli conferisce la medaglia De Morgan.

1931	Torna al Trinity College a occupare la cattedra di matematiche pure.
1934	Con G. Polya e Littlewood pubblica *Inequalities*.
1938	Con E. M. Wright pubblica *An Introduction to the Theory of Numbers*.
1939-1941	È di nuovo presidente della London Mathematical Society.
1939	Esce il primo volume degli *Eléments de mathématique* di Bourbaki.
1940	Pubblica *A Mathematician's Apology*. La Royal Society gli conferisce la medaglia Sylvester.
1942	Pubblica (a sue spese e in tiratura limitata) un opuscolo sull'atteggiamento di Russell a proposito della prima guerra mondiale (*Bertrand Russell and Trinity, a College Controversy of the last war*). Pubblica *Ramanujan, Twelve lectures on subjects suggested by his life and work*. Lascia l'insegnamento.
1947	La Royal Society gli conferisce la medaglia Copley. 1 dicembre. Muore a Cambridge.
1966	A cura della London Mathematical Society escono i *Collected papers*, in 7 volumi.

Indice

Presentazione di Edoardo Vesentini 5
Prefazione di Charles P. Snow 11

Apologia di un matematico 49
Introduzione 51
Nota dell'autore 106
Cronologia 109

Finito di stampare nel mese di marzo 2008
dalla S.A.T.E. s.r.l. di Zingonia (BG)

Garzanti ·

«L'*Apologia di un matematico* è,
James, la descrizione più riusci
"artista creativo".»

Un grande matematico del nostro
d'amore per la disciplina a cui ha
tutti i matematici, l'*Apologia* è inte
nia: anche quando l'autore sembra
della giovinezza o della vecchiaia,
lettore viene sempre reso magicam
che solo la creazione può dare.

Godfrey Harold Hardy (1887-1966),
Novecento. Specialista in teoria de
la vita con J. Littlewood, con il qu
dei suoi lavori.

In copertina: © Les Jorgenson/Photonica

Gli elefanti

insieme con i *Taccuini* di Henry
ita di cosa significhi essere un

o secolo scrive una dichiarazione
dedicato la vita. Libro di culto per
essuta di humour, logica e malinco-
conversare di cricket o di scacchi,
o quando «racconta» un teorema, il
nente partecipe dell'intimo piacere

è uno dei massimi matematici del
ei numeri, ha collaborato per tutta
ale ha pubblicato la maggior parte

€ 8,00

ISBN 978-88-11-68527-2
9 788811 685272